Unificarea fuzzy în sistemele de planificare bazate pe cunostinte

Conf.dr. Vasile MAZILESCU, lect. Gabriela VÎRLAN
Universitatea "Dunarea de Jos" Galati

A widely used algorithm for real-time production systems is the algorithm Rete. To achieve a fast reasoning the number of fuzzy set operations must be reduced. For this, we have used a fuzzy compiled structure of knowledge, like Rete, because it is required for real-time responses and a fuzzy inference engine. The aim of this paper is to present the computational aspects, like fuzzy unification, of an expert fuzzy planning system for a flexible manufacturing problem, that must be predictable.
Keywords: *fuzzy unification, compiled knowledge model, linking tree, planning.*

Introducere

Rationamentul aproximativ este un instrument matematic pentru modelarea rationamentului uman în prezenta cunostintelor imprecise. Teoria propusa de Zadeh se bazeaza pe reguli cu operatii si relatii fuzzy [3,6]. Frecvent, si mai ales în aplicatiile de timp real, trebuie avuta în vedere relatia dintre o situatie (plan, structura de evenimente) si timpul sau de aparitie, din perspectiva logicilor bazate pe intervale, sau relatia temporala dintre premisa si concluzia unei reguli. Imprecizia cunostintelor se poate datora unei lipse de informatie despre evenimentele trecute sau viitoare, fiind adesea dificil de determinat precis valorile anumitor marimi. Pentru sistemele bazate pe modele de cunostinte exprimate sub forma de reguli fuzzy, o problema de baza o constituie determinarea într-un timp satisfacator a multimii de conflicte. În scopul ameliorarii unor astfel de sisteme pentru aplicatii de tip planificare sau diagnoza, au fost propuse metode de compilare a cunostintelor tip Rete [1]. Structura compilata este formata din arborele de unificare si reteaua de legare a variabilelor (**VLN**). În nodurile **VLN**, motorul de inferenta rezolva si problema unificarii. Pentru cazul fuzzy acest aspect necesita o serie de argumentari teoretice, cât si evidentierea modului de implementare practica pentru sistemul **PFKBS**, care fac obiectul acestui articol. A doua etapa din procesul de filtraj la nivelul global al regulilor fuzzy este legarea variabilelor fuzzy. Ea comporta unificarea fuzzy care are drept scop verificarea consistentei substitutiilor fuzzy [4].

Lucrarea de fata prezinta în sectiunea 2 caracteristicile sistemului de planificare elaborat **PFKBS**, în sectiunea 3 sunt precizate o serie de aspecte privind analiza teoretica a unificarii fuzzy, sectiunea 4 propune prin prisma algoritmului motorului de inferenta al **PFKBS** modalitatea practica de discriminare dinamica a motivelor fuzzy în vederea determinarii multimii de instante activabile, iar în sectiunea 5 sunt prezentate concluziile obtinute în etapa actuala de dezvoltare a prototipului de sistem bazat pe cunostinte fuzzy.

2. Caracteristicile sistemului PFKBS

Sistemul dezvoltat si testat pentru modele de cunostinte compilate este un sistem de timp real, cu aplicabilitate în domeniul planificarii (diagnozei) inteligente, de tip **STRIPS** [2], numit **PFKBS** (Sistem de Planificare Bazat pe Cunostinte Fuzzy). **PFKBS** este modelat ca un sistem cu evenimente discrete cu ajutorul relatiei [5]:

PFKBS $= (X^{SEC}, E^{SEC}, f_e^{SEC}, \delta_e^{SEC}, g^{SEC}, \mathbf{x}_o^{SEC}, E_v^{SEC})$.

Sistemul bazat pe cunostinte fuzzy compilate, înglobat în structura **PFKBS**, este descris prin **FES** $= (X^{SE}, E^{SE}, f_e^{SE}, \delta^{SE}, g^{SE}, \mathbf{x}_0^{SE}, E_v^{SE})$, unde $E^{SE} = E_i^{SE} \cup R \cup E_o^{SE}$ este multimea de evenimente ale **FES**, pentru care are loc incluziunea $E_i^{SE} \subset P(E_p^{SE} \cup E_r^{SE} \cup IU) - \{\emptyset\}$. E_i^{SE} reprezinta multimea tuturor evenimentelor de intrare ale **FES**, formate din intrarile de referinta E_r^{SE}, evenimentele de iesire ale procesului E_p^{SE} ce pot apare si în raport cu care sistemul trebuie sa poata raspunda în timp real si intrarile utilizator, care sunt evenimente logice. Evenimentele de iesire ale procesului E_p^{SE} pot reprezenta în anumite situatii modificarile de stare a lui. Functia f_e^{SE} reprezinta functia de tranzitie a **FES**, iar $\mathbf{x}_0^{SE}$ este starea lui initiala. Sistemul în bucla închisa **PFKBS** este caracterizat prin starea $(\mathbf{x}^{SE},\mathbf{x}) \in ?(X^{SE}\mathbf{x}\ X)$. Daca $(\mathbf{x}^{SE},\mathbf{x})$ este o stare valida pentru **PFKBS**, atunci urmatoarea noua stare este data de $((\mathbf{x}')^{SE}, \mathbf{x}')$ cu $(\mathbf{x}')^{SE} = f_e^{SE}(?\mathbf{x}^{SE})$ si $\mathbf{x}'=f_e(\mathbf{x})$. Evenimentele de intrare ale procesului, din punct de vedere inferential, sunt fie rezultatul actiunii **FES**, $E_o^{SE} \subset P(E_u \cup IC)-\{\varnothing\}$ sub forma evenimentelor de iesire ale **FES**, fie ipoteze /concluzii (**IC**), care se adreseaza decidentului uman. Este clar faptul ca iesirile lui **FES** se calculeaza conform unei dependente de forma δ^{SE}: X^b x $X^{int} \rightarrow E_o^{SE}$, în raport cu starea curenta $\mathbf{x}^{SE}$.

3. Unificarea fuzzy în sistemul PFKBS

Unificarea fuzzy are drept scop verificarea consistentei substitutiilor fuzzy, în care variabilele pot fi asociate la multimi fuzzy. Unificarea fuzzy este una dintre problemele de baza în cadrul sistemului **PFKBS**, putând fi reprezentata astfel: fie R o regula având **CND**(R) = $\{C_1,...,C_k\}$. Dupa filtrajul conditie-fapt fuzzy, daca fiecare conditie C_i filtreaza un fapt F_i (în sens fuzzy), atunci exista o substitutie fuzzy σ_i astfel încât $F_i \cong \sigma_i \cdot C_i$ si eventual cei patru parametri Π_i, N_i, θ_i, K_i (în cazul în care exista în motivul regulii si în faptul asociat acestuia constante fuzzy). Fie ?v o variabila din cadrul regulii pe care o presupunem ca apare de n ori în partea conditionala a regulii (se numeroteaza numai aparitiile din interiorul motivelor si nu a predicatelor). Se utilizeaza $?v_i$ pentru reprezentarea aparitiei de ordinul i a variabilei ?v. Toate aparitiile variabilei ?v în conditia globala a regulii poate fi reprezentata prin lista $\{?v_1,?v_2,...,?v_n\}$. Dupa filtrajul conditie-fapt fuzzy, fiecare variabila $?v_i$ va fi cu certitudine asociata unui termen t_i, care poate fi o constanta atomica sau o constanta fuzzy, notat prin: $\{t_1/?v_1,t_2/?v_2,. ..,t_n/?v_n\}$. Toate variabilele diferite prezente într-o regula sunt independente. Fiecare variabila poate apare de mai multe ori într-o regula, fiecare aparitie a variabilei fiind independenta de celelalte aparitii. Aproape toate sistemele expert conserva aceasta ipoteza. Unificarea fuzzy se compune din doua etape: **i**) *Verificarea consistentei* elementelor din lista $\{t_1/?v_1, t_2/?v_2 ,..., t_n/?v_n\}$ în raport cu un criteriu dat. Verificarea consistentei substitutiilor rezida într-o operatie de comparare simbolica. În cazul crisp, aceasta operatie este relativ usor de realizat. Pentru cazul faptelor fuzzy variabilele vor fi asociate unor termeni fuzzy, iar verificarea consistentei este mai complicata; **ii**) *Compunerea substitutiilor fuzzy*: date multimea $\{t_1,...,t_n\}$, un criteriu si urmând un algoritm de calcul, se construieste o noua valoare t_λ, care va fi asociata variabilei ca rezultat al compunerii. Pentru eliminarea unor confuzii, se foloseste $?v_\lambda$ pentru reprezentarea variabilei ?v dupa unificarea fuzzy, care se reprezinta prin: $\{t_1/?v_1,t_2/?v_2,...,t_n/?v_n\} \rightarrow \{t_\lambda/?v_\lambda\}$, unde t_λ va fi calculat. Unificarea clasica nu este suficienta pentru unificarea acestor doua substitutii. Abordarea masurilor de consistenta pentru unificarea fuzzy o vom face pe un caz particular, dupa care vom prezenta o generalizare.

3.1. Caz particular

Consideram pentru început cazul simplu în care membrul stâng al relatiei $\{t_1/?v_1, t_2/?v_2,..., t_n/?v_n\} \rightarrow\{t_\lambda /?v_\lambda\}$ nu contine decât doua elemente:$\{t_1/?v_1, t_2/?v_2\}\rightarrow \{t_\lambda /?v_\lambda\}$. În aceasta situatie se pot distinge doua cazuri diferite: **i)** $t_i|_{i=1,2}$ este o constanta atomica. Daca $t_1= t_2$, atunci cele doua elemente sunt consistente si $t_\lambda=t_1$ (sau $t_\lambda=t_2$). Este cazul *semiunificarii clasice,* realizata prin comparatii simbolice sau numerice; **ii)** Daca t_i este o multime fuzzy *****t(i), adica t_i=*t(i) pentru masurarea consistentei dintre *t(1) si *t(2), compararea simbolica sau numerica nu mai sunt suficiente. Compatibilitatea multimilor fuzzy *t(1) si *t(2) se va stabili dupa cum urmeaza. Presupunem ca cele doua multimi fuzzy au functiile de apartenenta $\mu_{*t(1)}$ si $\mu_{*t(2)}$ definite pe **R**. Relatia $\{t_1/?v_1, t_2/?v_2\} \rightarrow\{t_\lambda /?v_\lambda\}$ devine: $\{*t(1)/?v_1,$

$*t(2)/?v_2\} \rightarrow \{*t(\lambda)/?v_\lambda\}$, cu multimea $*t(\lambda)$ necunoscuta. Pentru $?v_1$ si $?v_2$ independente, produsul cartezian $*t(1)$ **x** $*t(2)$ se defineste prin:

$*t(1)\ \mathbf{x}\ *t(2) = \{((x_1,x_2),\ \mu_{*t(1)x*t(2)}\ (x_1,x_2))\ /\ x_1 \in X_1,\ x_2 \in X_2,\ X_1,X_2 \subseteq R)$

$\mu_{*t(1)x*t(2)}(x_1,x_2) = \mathbf{min}(\mu_{*t(1)}\ (x_1),\ \mu_{*t(2)}\ (x_2))\}$

Clarificarea compatibilitatii dintre $*t(1)$ si $*t(2)$ presupune clarificarea criteriului în raport cu care se judeca compatibilitatea. În situatia clasica, criteriul este constituit de relatia de egalitate (egalitatea de simboluri sau numere). Introducerea de criterii adecvate pentru unificarea fuzzy este naturala în ambele ei etape: verificarea consistentei si compunerea substitutiilor fuzzy. Aceste criterii trebuie sa fie mai generale decât relatia de egalitate si pot fi definite printr-o relatie fuzzy R, în care $\mu_R(x_1,x_2)$ estimeaza în ce grad x_1 este în relatie cu x_2. Compunerea sup-min a multimii fuzzy $*t(1)$ si a relatiei R este $R \circ *t(1)$, definita prin:

$\mu_{R \circ *t(1)}(x_2) = \mathbf{sup}_{x1}\ \mathbf{min}\ (\mu_R(x_1,x_2),\ \mu_{*t(1)}(x_1))$

Cunoscând relatia R si produsul cartezian $*t(1)$**x**$*t(2)$, putem utiliza masurile ? si N în vederea estimarii gradului de compatibilitate dintre multimile fuzzy $*t(1)$ si $*t(2)$ în raport cu relatia R. Obtinem urmatoarele expresii pentru masurile de posibilitate si necesitate folosite în evaluarea consistentei:

$\Pi(R,*t(1)\mathbf{x}*t(2)) = \mathbf{sup}_{x1,x2}\ \mathbf{min}(\mu_R(x_1,x_2),\ \mu_{*t(1)}(x_1),\ \mu_{*t(2)}(x_2))$

$N(R,*t(1)\mathbf{x}*t(2)) = \mathbf{inf}_{x1,x2}\ \mathbf{max}(\mu_R(x_1,x_2),\ 1\text{-}\ \mu_{*t(1)}(x_1),\ 1\text{-}\ \mu_{*t(2)}(x_2))$

Relatia fuzzy R (binara) poate fi interpretata în diverse moduri. De exemplu, relatia de egalitate poate fi considerata ca o interpretare partic ulara a relatiei R, obtinându-se în acest fel:

$\Pi(R,*t(1)\mathbf{x}*t(2)) = \mathbf{sup}_{x1,x2}\ \mathbf{min}(\mu_{*t(1)}(x_1),\ \mu_{*t(2)}(x_2))$

$N(R,*t(1)\mathbf{x}*t(2)) = \mathbf{inf}_{x1,x2}\ \mathbf{max}(1\text{-}\ \mu_{*t(1)}(x_1),\ 1\text{-}\ \mu_{*t(2)}(x_2))$

Figura 1 ilustreaza semnificatia ultimelor doua relatii. Când diagonala asociata graficului relatiei μ_R traverseaza dreptunghiul din figura corespunzator nucleului *Ker* ($*t(1)$ **x** $*t(2)$), atunci Π=1 si N=0, cu exceptia când $*t(1)$ si $*t(2)$ sunt multimi clasice (singletoane).

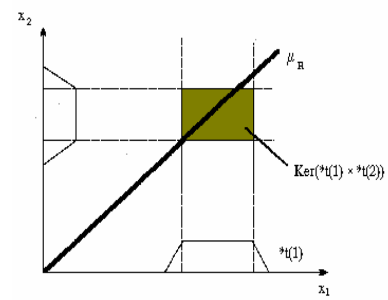

Fig. 1. Semnificatia relatiei fuzzy R

Relatia R poate fi definita în diverse moduri. Doua exemple tipice sunt definite astfel:

***1**. Relatia de toleranta*: $\mu_R(x_1,x_2) = 1, |x_1\text{-}x_2| \le \varepsilon$ si 0 altfel, cu ε gradul de toleranta admis.

În acest caz, valoarea masurii de posibilitate este egala cu 1 când intersectia dintre banda definita de R si dreptunghiul reprezentat de *Ker*($*t(1)$**x**$*t(2)$) nu este vida, iar valoarea masurii de necesitate N(R,$*t(1)$**x**$*t(2)$) (*gradul de incluziune* al produsului $*t(1)$**x**$*t(2)$ în R) este zero daca intersectia dintre banda definita de R si nucleul produsului $*t(1)$**x**$*t(2)$ este $\emptyset$. Daca suportul multimii fuzzy $*t(1)$**x**$*t(2)$ este inclus în banda lui R, atunci N =1.

2. *Relatia de vecinatate*: $\mu_R(x_1,x_2)=1$, daca $|x_1\text{-}x_2| \le \varepsilon$ iar $\mu_R(x_1,x_2) = [(\varepsilon+\eta - |x_1\text{-}x_2|)/\eta], |x_1\text{-}x_2| > \varepsilon$.

Vom insista în cele ce urmeaza asupra criteriilor practice care stau la baza evaluarii compatibilitatii multimilor fuzzy, precum si asupra compunerii substitutiilor fuzzy, vazute ca elemente dificile în procesul de unificare fuzzy. Pentru cazul în care t_i este o multime fuzzy $*t(i)$ (adica t_i=$*t(i)$, i=1, 2), masurarea consistentei dintre $*t(1)$ si $*t(2)$ revine la evaluarea compatibilitatii celor doua (sau mai multe) multimi fuzzy, cu $*t(\lambda)$ necunoscut. În aceasta situatie relatia de egalitate nu mai este un criteriu convenabil, întrucât pe de o parte concluzia inferata este incerta, iar pe de alta parte nu exista nici o toleranta pentru a verifica consistenta multimilor fuzzy (adica multimile fuzzy X_1 si X_2 sunt compatibile daca si numai daca X_1=X_2) si unificarea fuzzy se reduce la o substitutie.

Criteriile pot fi descrise prin relatii binare fuzzy R, situatii în care masurile Π si N pot estima consistenta dintre multimile fuzzy $*t(1)$ si $*t(2)$**.** Relatia binara fuzzy R poate fi interpretata în diverse moduri. Ne intereseaza în cele ce urmeaza relatia R**,** definita cu ajutorul relatiei de vecinatate, în definitia careia face parte t-norma T. Relatia se poate reprezenta ca o multime fuzzy. $R = (-\varepsilon, +\varepsilon, \eta, \eta)$ este o relatie generala ce ne permite sa reprezentam criteriul fuzzy dorit în vederea verificarii compatibilitatii (consistentei) substitutiilor fuzzy.

Pentru cazul $\varepsilon = 0$ si $\eta = 0$, relatia R se reduce la cea de egalitate, iar pentru $\varepsilon = ?$ si $\eta = 0$ se obtine relatia de toleranta. Calculul practic al lui Π revine la:

$\Pi(R, *t(1) \times *t(2)) = \mathbf{sup}_{x1,x2}\ \mathbf{min}(\mu_R(x_1, x_2), \mu_{*t(1)}(x_1), \mu_{*t(2)}(x_2)) = \mathbf{sup}_{x1}\ \mathbf{min}(\mathbf{sup}_{x2}\ \mathbf{min}(\mu_R(x_1, x_2), \mu_{*t(1)}(x_1)), \mu_{*t(2)}(x_2)) = \mathbf{sup}_{x2}\ \mathbf{min}(\mu_{R \circ *t(1)}(x_2), \mu_{*t(2)}(x_2)) = f\,[(R \circ *t(1)) \cap *t(2)]$

cu f o functie care reprezinta înaltimea unei multimi fuzzy. Utilizând relatia anterioara, constatam ca problema cheie în calculul lui Π rezida în calculul compunerii dintre R si *t(1). Pentru cazul în care relatia R este generala, rezultatul compunerii este dificil de calculat.

Se poate determina $R \circ *t$ pentru situatia în care $*t = (g, d, \varphi, \delta)$ iar R este de forma precizata anterior. Se obtine drept rezultat al compunerii: $R \circ *t = (g - \varepsilon, d + \varepsilon, \varphi + \eta, \delta + \eta)$? Calculul practic al masurii de necesitate N se reduce la**:**

$$N(R, *t(1)\,\mathbf{x}\,*t(2)) = 1 - \Pi(\neg R, *t(1)\,\mathbf{x}\,*t(2))$$

Relatia R poate fi complementata, iar $\neg R$ poate fi descompusa în doua parti R_s si R_d.

$\neg R = \mathbf{max}(R_s, R_d)$ sau: $R_d = (\varepsilon + \eta ?\infty ?\eta ?\infty ?)$, $R_s = (-\infty ?\varepsilon + \eta ?\infty, \eta ?)$

Se obtine pentru N relatia:

$N(R, *t(1)\,\mathbf{x}\,*t(2)) = 1 - \mathbf{max}(\Pi(R_s, *t(1)\,\mathbf{x}\,*t(2)),$
$\Pi(R_d, *t(1)\,\mathbf{x}\,*t(2))) = 1 - \mathbf{max}(f\,[(R_s \circ *t(1)) \cap *t(2)], f\,[(R_d \circ *t(1)) \cap *t(2)])$

Masurile Π si N în sensul relatiei R depind în totalitate de parametri ε si η ai relatiei R. În cele ce urmeaza, când discutam de consistenta multimilor fuzzy, ea este întotdeauna raportata la relatia R cu valori particulare pentru parametri.

Alegerea parametrilor este un lucru dificil întrucât ea este ghidata pe de o parte de cazul particular al aplicatiei, iar pe de alta parte alegerea poate fi convenabila numai pentru o parte a regulilor din baza de reguli.

Masura de posibilitate evalueaza compatibilitatea dintre relatia R si produsul *t(1)x*t(2). Presupunând relatia de vecinatate, ca si criteriu folosit pentru compatibilitatea multimilor fuzzy, se obtine pentru R urmatoarea reprezentare (figura 2).

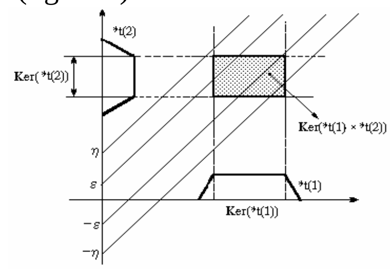

Fig. 2. Reprezentarea relatiei R

3.2 Caz general

Presupunem ca termenii t_i (i=1,...,n, n > 2) sunt multimi fuzzy normalizate, adica $t_i = *t(i)$. Obtinem pentru unificarea fuzzy relatia: $\{*t(1)/?v_1, ..., *t(n)/?v_n\} \rightarrow \{*t(\lambda)/?v_\lambda\}$, cu $*t(\lambda)$ necunoscut si $*t(i) = \{(x, \mu_{*t(i)}(x)) / (\forall)x \in X_i, X_i \subset \mathbf{R}\}$. În acest caz, criteriul utilizat este definit printr-o relatie fuzzy n-ara $\Re$ definita pe produsul cartezian χ care satisface relatia: $\chi = \{(x_1,...,x_n) / x_i \in X_i, i=1,n\}$. Pastrând ipoteza de neinteractivitate a variabilelor, distributia de posibilitate pentru χ este: $\mu_\chi(x_1,...,x_n) = \mathbf{min}_i\ (\mu_1(x_1),..., \mu_n(x_n))$.

Criteriul utilizat este definit printr-o relatie fuzzy n-ara $\Re$ pe χ, de forma: $\mu_\Re: \chi \rightarrow [0,1]$. Din punct de vedere teoretic, dorim ca relatia $\Re$ sa fie separabila si deci $\Re$ sa fie o relatie de similaritate. În cazul fuzzy astfel de relatii nu exista, ceea ce face dificila unificarea fuzzy. Pentru o relatie $\Re$, fie $\mathbf{PR}\{\Re, (X_i, X_j)\}$ proiectia lui $\Re$ pe produsul binar (X_i, X_j). Are loc urmatoarea inegalitate: $\Re \subseteq \cap_{i,j;\, i \neq j}\ \mathbf{PR}\{\Re, (X_i, X_j)\}$, care se poate rescrie: $\mu_\Re(x_1,...,x_n) \leq \mathbf{min}_{i=1,n\text{-}1}\ \mu_{\mathbf{PR}\{\Re(x_i, x_j)\}}(x_i, x_j)$. Putem calcula valorile lui Π si N în vederea evaluarii consistentei multimilor fuzzy $\{*t(1), *t(2), ..., *t(n)\}$ în sensul relatiei $\Re$. Se obtine:

$$\Pi(\Re, \chi) = \mathbf{sup}_{x1,\dots,xn}\ \mathbf{min}(\mu_\Re(x_1,...,x_n), \mu_\chi(x_1,...,x_n)),$$

$$N(\Re, \chi) \leq N(\cap_{i=1,n-1}\ \mathbf{PR}\{\Re, (X_i, X_{i+1})\}, \chi)$$

Valoarea $\Pi(\Re, \chi) \in$ s0,1] estimeaza în ce grad este posibil ca multimile fuzzy sa fie compatibile relativ la relatia $\Re$ în timp ce

N(ℜ,χ) exprima în ce grad produsul cartezian χ este inclus în ℜ. Practic, calculul lui Π si N nu sunt simple din cauza complexitatii lui **PR**{ℜ, (X_i, X_{i+1})}. Daca presupunem în acest moment ca toate elementele din membrul stâng al relatiei: {*t(1)/?v_1,*t(2)/?v_2,...,*t(n)/?v_n} →{*t(λ)/?$v_λ$}, sunt consistente în sensul relatiei ℜ, consideram acum a doua etapa din cadrul unificarii fuzzy: *compunerea substitutiilor fuzzy*. Plecând de la relatia ℜ si de la lista de multimi fuzzy {*t(1),...,*t(n)}, dorim sa determinam distributia de posibilitate $\mu_{*t(?)}$ a multimii fuzzy *t(λ) care semnifica rezultatul compunerii. Cu ajutorul principiului extensiei, distributia $\mu_{*t(?)}$ se poate defini prin: $\mu_{*t(\lambda)}(x_\lambda) = \mathbf{sup}_{x1,\ldots,xn}\ \mathbf{min}(\mu_{\Re}(x_1,\ldots, x_n, x_\lambda), \mu_{*t(1)}(x_1),\ldots, \mu_{*t(n)}(x_n))$. Problema cheie este separarea relatiei ℜ care în general este complexa si neseparabila. re loc inegalitatea: $\mu_{\Re}(x_1,\ldots, x_n, x_?) \le \mathbf{min}_i\ \mu_{\mathbf{PR}\{\Re, (X_i, X_?)\}}(x_i, x_?)$. Se obtine:

$\mu_{*t(\lambda)}(x_\lambda) \le \mathbf{sup}_{x1,\ldots,xn}\ \mathbf{min}(\mathbf{min}_{i=1,\ldots,n}(\mu_{PR\{\Re, (X_i, X_?)\}}(x_i, x_?), \mu_{*t(1)}(x_1),\ldots, \mu_{*t(n)}(x_n))$

$\le \mathbf{min}_{i=1,\ldots,n}(\mathbf{sup}_{x1,\ldots,xn}\ \mathbf{min}(\mu_{PR\{\Re, (X_i, X_?)\}}(x_i, x_?), \mu_{*t(i)}(x_i))) \le \mathbf{min}_{i=1,\ldots,n}(\mu_{PR\{\Re, (X_i, X_?)\}\circ *t(i)}(x_\lambda))$, unde $\mu_{\mathbf{PR}\{\Re, (X_i, X_?)\}\circ *t(i)}$ reprezinta distributia de posibilitate asociata compunerii celor doua multimi fuzzy. Sirul de inegalitati de mai sus se traduce prin: $*t(\lambda) \subseteq \cap_{i=1,n-1}$ **PR**{ℜ,(X_i,X_λ)}∘*t(i). Acest lucru se realizeaza prin propagarea parametrilor în reguli. De altfel, distributia de posibilitate astfel obtinuta nu este întotdeauna trapezoidala, datorita operatiei de intersectie.

Trebuie parcursa în aceasta situatie o etapa intermediara de stabilire a unei multimi fuzzy *α, normalizata, de forma trapezoidala, astfel încât *t(λ) =*α. Calculul practic al lui *t(λ) este dificil din cauza termenului **PR**{ℜ(X_i, X_λ)}∘*t(i). Vom exemplifica acest lucru pentru relatiile deja mentionate. Pentru o relatie de tipul: $\mu_{\Re}(x_i, x_j) = 1$, daca x_i=x_j (i=1,2), compunerea este simpla, întrucât ℜ ∘ *t(i) = *t(i), i=1,2 si *t(λ) ⊆ *t(1) ∩ *t(2). În acest caz $\mu_{*t(?)}$ =? întrucât N= 0. Pentru cazul relatiei de toleranta se obtine urmatoarea inegalitate: $\mu_{\Re}(x_?) \le \mathbf{min}(\mu_{\Re\circ *t(1)}(x_?), \mu_{\Re\circ *t(2)}(x_?))$? $\mu_{\Re\circ *t(i)}(x_?) = \mathbf{sup}_{xi}\ \mathbf{min}(\mu_{\Re}(x_i, x_?), \mu_{*t(i)}(x_i))$, i = 1,2. Forma lui $\mu_{\Re\circ *t(i)}$ se obtine prin largirea orizontala a lui $\mu_{*t(i)}$, unde ε controleaza gradul de modificare a lui $\mu_{*t(i)}$ pentru $\mu_{\Re\circ *t(i)}$. În final se obtine relatia:

*t(λ) ⊆ ℜ∘*t(1) Ç ℜ∘*t(2) (conform figurii 3).

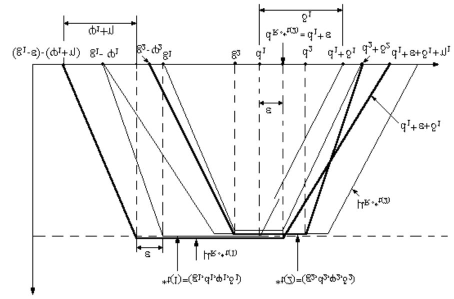

Fig. 3. Reprezentarea multimii fuzzy $\mu_{*t(\lambda)}$

4. Arborele de Discriminare Dinamica

La sfârsitul etapei de filtraj elementar fuzzy, pentru motivul C si faptul F, daca gradul de filtraj satisface pragul ales si daca exista o substitutie consistenta σ, atunci filtrajul reuseste. A doua etapa din procesul de filtraj la nivelul global al regulilor fuzzy este legarea variabilelor fuzzy. Ea comporta unificarea fuzzy care are drept scop verificarea consistentei substitutiilor fuzzy. Utilizând testele prezente în nodurile de legatura ale **VLN**, se poate construi un arbore dinamic care sa permita adaugarea sau suprimarea de fapte. În fiecare nod de test al acestui arbore, se testeaza valorile variabilelor. Daca doua fapte trec pe un acelasi drum, atunci este posibil ca cele doua fapte sa fie consistente. Se poate utiliza acest arbore pentru evitarea problemelor combinatorii. Acest arbore se numeste arbore de legare si este asociat nodurilor de legatura.

Legarea variabilelor fuzzy se compune din unificarea fuzzy si propagarea parametrilor Π, N, θ, K evaluati la nivelul global al antecedentului regulii. Aceasta procedura are loc în nodurile **VLN**. În cele ce urmeaza vom insista asupra propagarii parametrilor obtinuti la sfârsitul etapei de filtraj, în consecventul regulilor. Gradul de posibilitate Π si de necesitate N reprezinta în ce grad o regula este satisfacuta de starea curenta din baza de fapte. În etapa de selectie, sistemul selectioneaza regula care satisface cel mai bine aceste conditii în vederea declansarii ei, iar parametrii θ si K servesc la aplicarea schemei de inferenta modus ponens generalizat [5]. În partea de concluzie a unei reguli pot exista mai multe motive (unele pot fi adaugate, altele sterse dupa declansarea regulii). Înaintea executiei actiunilor, trebuie instantiate toate motivele din membrul drept în care exista trei tipuri de date ca si în partea conditionala. Parametrii obtinuti în etapa de filtraj intervin numai în doua tipuri de date. **VLT** nu este un arbore static, întrucât în mod constant se pot adauga sau sterge fapte. Propagarea faptelor în **VLT** este elementara. Exemplificam adaugarea faptului F={s(A d h), σ=(d/?x, h/?y) }. El intra prin radacina si în acelasi timp se testeaza valoarea variabilei ?x. Aceasta valoare este indicata în mod normal în substitutia asociata lui F pentru care ?x=d. În continuare faptul trece pe ramura etichetata cu un simbol corespunzator valorii variabilei în cauza. În nodul urmator, de aceeasi maniera se testeaza valoarea variabilei ?y si F va trece pe ramura notata cu simbolul h. La sfârsit, faptul F se gaseste la nivelul unei frunze în **VLT**, iar procesul de propagare se termina. Trebuie obtinute instantele posibile, lucru care însa nu asigura faptul ca aceste instante sunt si consistente în cazul fuzzy. Instantele care satisfac conditia de consistenta permit regulii în cauza sa fie adaugata la multimea de conflicte. **VLT** este eficient întrucât un fapt parcurge întotdeauna un drum unic. Profunzimea sa depinde de numarul de teste diferite iar complexitatea sa este constanta. **VLT** prezinta dificultati pentru discriminarea multimilor fuzzy în nodurile sale de legatura, întrucât anumite frunze pot contine numeroase fapte. Fie situatia în care intervin faptele: F_1=(A a *b), F_2=(A a *c), F_3 = (A a *d), F_4 = (A a *e), F_5 = (A a g), F_6 = (B f h), unde pentru constantele fuzzy prezente în fapte corespund urmatoarele multimi fuzzy: (*constfaz* *b(tp 10 18 12)), (*constfaz* *c (tp 7 12 1 1)), (*constfaz* *d (tp 5 10 1 2)), (*constfaz* *e (tp 16 20 2 2)). **VLT** corespunzator îl redam în figura 4. Adaugarea faptului F_7 = (B a *e) prin intrarea din dreapta, conduce la memorarea lui în câmpul corespunzator. Acest fapt fuzzy se combina cu toate celelalte fapte si trebuie verificata consistenta tuturor combinatiilor.

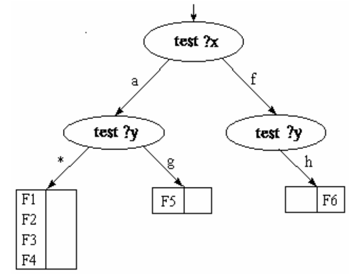

Fig. 4. Nod VLN

Procedura este evident ineficienta din punct de vedere algoritmic, principalul factor fiind dezordinea faptelor fuzzy. În scopuri de ameliorare se pot utiliza caracteristicile multimilor fuzzy. Aceasta abordare a fost utilizata pentru adaptarea arborelui de unificare în prelucrarea de motive fuzzy. Diferenta importanta este ca arborele de unificare este un arbore static, adica motivele de discriminat nu se schimba, în timp ce **VLT** este dinamic. Fie M={$*m_1$,...,$*m_n$} o lista de multimi fuzzy care trebuie actualizata, unde $*m_i$=(g_i d_i φ_i δ_i). Presupunând ca se folosesc marginile inferioare, se obtine întâi o lista M'={*m(1),..., *m(n)}. Utilizând marginile superioare se obtine o noua lista notata M"={*m'(1),...,*m'(n)}. Un nou fapt fuzzy *m se poate rapid insera în listele M' sau M". Problema pe care o formulam si care trebuie rezolvata în acest moment este: "pentru *e o multime fuzzy definita prin cei patru parametri *e = (g_e d_e φ_e δ_e), care sunt multimile fuzzy din M compatibile cu *e ". Compatibilitatea dintre doua multimi fuzzy depinde de relatia aleasa. Algoritmul de compatibilitate chiar daca are avantajul simplitatii, prezinta si o serie de dezavantaje: înregistrarea celor doua liste M' si M", daca un nou fapt ajunge la nivelul unei frunze el trebuie sa parcurga de doua ori algoritmul de inserare în lista, efectuarea unei operatii de intersectie în scopul determinarii faptelor consistente cu noul fapt. Pentru prelucrarea multimilor fuzzy în arborele de legare, se poate folosi o tehnica de discriminare dinamica a multimilor fuzzy (**DDMF**), bazata pe intervalul I. Acest arbore îl vom nota cu **DDMF**-I si va fi propus în vederea ameliorarii verificarii consistentei faptelor fuzzy. Tot ce urmeaza se bazeaza în continuare pe relatia ***R*** si pe masura de posibilitate Π ca si criteriu pentru compatibilitatea multimilor fuzzy. Se definesc intervalele minime $I(M_s)$ si respectiv ?(M_d) pentru sublistele M_s' si M_d'. Generarea arborelui DDMF-I este simpla, iar complexitatea sa nu este optima. Figura 6 evidentiaza un arbore DDMF-I în cazul fuzzy, care este mai eficient decât arborele din figura 5. Acest arbore va fi utilizat pentru unificarea fuzzy. Faptul (B a *e) va fi stocat în câmpul din dreapta, dupa care se trece la etapa de cautare a instantelor consistente, prin propagarea noului fapt în arborele DDMF-I. Pentru parametrii ε = ?si ?η =?aferenti relatiei ***R***, se constata ca nucleul compunerii relatiei ***R*** cu *e intersectat cu intervalul determinat în urma propagarii tuturor faptelor în arborele DDMF-I conduce la un rezultat nevid. Acest lucru semnifica posibilitatea existentei de fapte în arborele DDMF-I compatibile cu noul fapt. Instantele {(A a *c), (B a *e)}, {(A a *d), (B a *e)}, {(A a *b), (B a *e)} si {(A a *e), (B a *e)} sunt consistente (figura 6). În concluzie, nodurile de legatura reprezinta o celula importanta din reteaua de legatura, având o structura de arbore binar si dinamic, utila în ameliorarea eficientei motorului de inferenta fuzzy, aferent sistemului **PFKBS**.

5. Concluzii

Arborele de legare prezinta dificultati pentru discriminarea multimilor fuzzy în nodurile sale, întrucît anumite frunze ale sale pot contine mai multe fapte fuzzy. Din acest motiv eficienta acestei solutii scade, fiind similara cu utilizarea arborelui de unificare pentru discriminarea motivelor fuzzy. Principalul factor de ineficienta este legat de dezordinea faptelor fuzzy la nivelul frunzelor. Am utilizat caracteristicile multimilor fuzzy în scopul sortarii faptelor.

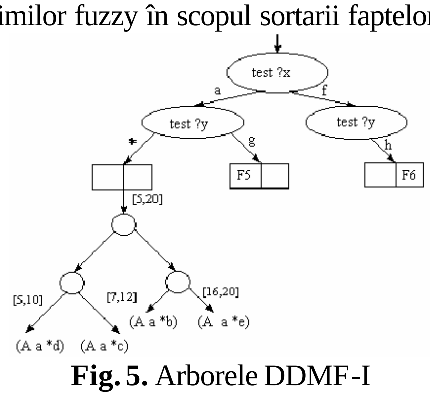

Fig. 5. Arborele DDMF-I

Diferenta majora care apare între cele doua situatii este ca arborele de unificare este un arbore static, adica motivele de discriminat nu se schimba, în timp ce arborele de legare este dinamic, faptele de discriminat fiind actualizate în timpul functionarii motorului de inferenta. Aceasta solutie de discriminare dinamica a fost implementata în cadrul sistemului **PFKBS**, în scopul îmbunatatirii timpului de raspuns.

Bibliografie

1. Bouaud J., 1992 - ***TREE: une strategie de jointure heuristique pour un algoritme de filtrage***, Revue d'Intelligence Artificielle, Vol. 6, n° **4**, Hermes, Paris, p. 457-493

2. Bylander T., 1994 - ***The computational complexity of propositional STRIPS planning***, Artificial Intelligence, n° **69**, p. 165-204

3. Klawonn F., Novák V., 1996 - ***The relation between inference and interpolation in the framework of fuzzy systems***, Fuzzy Sets and Systems 81, p. 331-354

4. Mazilescu V., 1998 - ***Fuzzy real time expert control systems. Characteristics and semantic of fuzzy compiled models***, Applications of Artificial Intelligence in Industrial Automation (Tempus Intensive Course Postrints), Ed. Academica Publishing, 22-27-07, ISBN 973-97816-8-3, p. 26-1/26-15

5. Mazilescu V., 2000 - ***Fuzzy Expert Control of a Manufacturing System***, Proceedings of the European Excellence in Business Studies Students' Education, International Symposium, Bucuresti, Editura Economica, ISBN 973-590-387-3, p. 242-251

6. Zadeh L. A., 1992 - ***Knowledge Representation in Fuzzy Logic***, An introduction to fuzzy logic applications in intelligent systems (edited by R. Yager, L. A. Zadeh), Kluwer Academic Publishers, p. 1-26