

Stabilitatea Lyapunov a unui sistem dinamic

Conf.dr. Vasile MAZILESCU

Catedra de Informatica Economica, Universitatea "Dunarea de Jos" din Galati

mazilescugl@yahoo.com

In a system design and analysis, the establishment of a system model is quite fundamental. In the cases where uncertainty exists, it is difficult to propagate uncertainty through the system dynamics according to the axioms of probability theory, especially for non-linear systems. In this paper we show how we have applied the Lyapunov stability theory for the analysis of a fuzzy control expert system CES. The system CES was experimentally obtained as a prototype. A theorem and a series of results that confirm the applicability of the Lyapunov stability theory for our benchmark problem P are presented.

Keywords: fuzzy expert control, stability.

Introducere

O problema importanta în concepția unui sistem expert de conducere în bucla închisă (CES) o reprezintă modul în care cunoștințele operative privind conducerea unui proces economic sau tehnologic **P** pot fi achiziționate. Se poate sintetiza astfel modelul de cunoștințe al CES, sub forma de relații directe între referințe, ieșirile **P** și intrările CES [1]. Trebuie determinată starea sistemului expert **SE** din structura CES, notată $\mathbf{x}^{SE} = (\mathbf{x}^b, \mathbf{x}^{int})$, în care componenta $\mathbf{x}^b$ factuală are un număr de elemente variabile, ce corespund unui număr de condiții care semnifică ieșirea, viteza de variație a acesteia, intrarea de referință.

Abordarea de față presupune înglobarea unui model fuzzy a procesului **P** în baza de cunoștințe a **SE**. Lucrarea este alcătuită din 5 secțiuni și are drept scop prezentarea unor rezultate teoretice (teorema 3, secțiunea 4) și practice obținute în studiul stabilității Lyapunov pentru un model fuzzy de conducere. În secțiunea 2 este prezentat modelul formal al CES și algoritmul de evaluare al tranziției curente în raport cu tipul evenimentului apărut, în secțiunea 3 sunt redate condițiile necesare și suficiente pentru analiza calitativă a sistemului dinamic CES, în secțiunea 4 este formulată problema **P** și demonstrat rezultatul privind stabilitatea sistemului dinamic CES, iar în secțiunea 5 sunt schitate câteva concluzii ale acestei cercetări, precum și posibile direcții viitoare de investigare și aplicare a rezultatelor lucrării de față.

Modelul Sistemului Expert de Conducere

Definirea modelului de cunoștințe pentru CES este importantă, luând în considerare o serie de caracteristici ale acestuia. CES este definit pe ansamblu ca un sistem cu evenimente discrete, fiind alcătuit din procesul condus **P**, sistemul expert fuzzy **SE** care acționează ca un compensator dinamic bazat pe un model fuzzy și sistemul expert de conducere, definit sub forma [3,4]:

$$CES = (X^{CES}, E^{CES}, f_e^{SEC}, \delta_e^{SEC}, g^{CES}, \mathbf{x}_0^{SEC}, E_v^{SEC})$$

în care: $X^{CES} = X \times X^{SE}$ este mulțimea de stări $\mathbf{x}^{CES}$ ale CES, $E^{CES} = E_u \cup E_d^{SEC} \cup E_o$, cu $E_d^{SEC} = E_d \cup E_r^{SE} \cup IU$. Mulțimile E_u , E_d , E_r^{SE} , IU reprezintă evenimentele de intrare ale CES, iar E_o conține evenimentele de ieșire **P**, $g^{CES}: X^{CES} \rightarrow P(E_u \cup E_d^{SEC}) - \{\emptyset\}$ este funcția de acțiune a CES, $f_e^{SEC}: X^{CES} \rightarrow X^{CES}$, $e \in P(E_u \cup E_d^{SEC}) - \{\emptyset\}$ este mulțimea funcțiilor de tranziție, $\delta_e^{SEC}: X^{CES} \rightarrow E_o$, $e \in P(E_u \cup E_d^{SEC}) - \{\emptyset\}$ reprezintă funcțiile de ieșire, $\mathbf{x}_0^{SEC} \in X^{CES}$ reprezintă starea inițială, $E_v^{SEC} \subset E^{CES}$, în care E^{CES} este mulțimea traiectoriilor (finite sau nu) de evenimente în bucla închisă care pot fi generate de CES, bazat pe g^{CES} și f_e^{SEC} , iar E_v^{SEC} este mulțimea traiectoriilor de evenimente permise în bucla închisă. Un CES trebuie conceput a.î. să fie eliminate comportările nedorite ale sistemului în bucla închisă.

Obtinem pentru functia de activare urmatoarea forma:

$$g^{CES}(\mathbf{x}_k^{SEC}) = \{g^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap E_r^{SE} \cap IU \cup \{\delta^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap g(\mathbf{x}_k) \cap IC\} \cup \{g(\mathbf{x}_k) \cap E_d\}, \text{ unde:}$$

$$\text{i) } g^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap E_r^{SE} \cap IU = (P(E_i^{SE} \cup R) \setminus \{\emptyset\}) \cap$$

$E_r^{SE} \cap IU$ reprezinta multimea evenimentelor de intrare si interne ale **SE** permise în starea $\mathbf{x}_k^{SE}$; **ii)** $\delta^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap g(\mathbf{x}_k) \cap IC = E_0^{SE} \cap P(E_u \cup E_d) \cap IC$ reprezinta multimea evenimentelor comanda de intrare permise ale lui **P** pentru starea $\mathbf{x}_k^{SE}$; **iii)** $g(\mathbf{x}_k) \cap E_d = (P(E_u \cup E_d) \setminus \{\emptyset\}) \cap E_d$ reprezinta multimea evenimentelor perturbatie de intrare **P**, permise în starea curenta $\mathbf{x}_k$.

Presupunem ca $e_k \in g^{CES}(\mathbf{x}_k^{SEC})$ reprezinta un eveniment permis a **CES** în starea $\mathbf{x}_k^{SEC} = (\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k^{SE})$. Daca evenimentele $e_{i_k}^{SE} \in g^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap E_r^{SE} \cap IU$, $e_{uk} \in \delta^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE}) \cap g(\mathbf{x}_k) \cap IC$ si $e_{dk} \in g(\mathbf{x}_k) \cap E_d$, atunci e_k poate fi definit în diverse moduri. Exista un numar finit de moduri $i_0 \in \mathbb{N}^*$, astfel încât pentru $i \in \{1, \dots, i_0\}$, se defineste corespunzator e_k^i . Pentru fiecare eveniment e_k^i , $i=1, \dots, i_0$: $f_{e_k^i}^{SEC}(\mathbf{x}_k^{SEC}) = \mathbf{x}_{k+1}^{SEC}$. În cazul nostru $i_0 = 7$. Corespunzator tipului e_k^i , se determina $f_{e_k^i}^{SEC}(\mathbf{x}_k^{SEC}) = \mathbf{x}_{k+1}^{SEC}$, unde $\mathbf{x}_{k+1}^{SEC} = (\mathbf{x}_{k+1}, \mathbf{x}_{k+1}^{SE})$, conform algoritmului de mai jos:

Daca $(e_k^i = e_k^1)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{uk}, e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE})$, unde evenimentul α se defineste sub forma: $\alpha = \{\delta_{(e_k^1 - \{e_{rk}^{SE}\})}(\mathbf{x}_k), e_{rk}^{SE}\}$, adica este evenimentul de la iesirea procesului datorat evenimentului $\{e_{uk}, e_{dk}\}$, cu efect la intrarea sistemului expert e_{pk}^{SE} si în plus este prezent si evenimentul e_{rk}^{SE} ;

Daca $(e_k^i = e_k^2)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{uk}, e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE})$, unde evenimentul α se defineste sub forma: $\alpha = \{\delta_{\{e_{uk}, e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)\}$;

Daca $(e_k^i = e_k^3)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{uk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE})$, cu $\alpha = \{\delta_{\{e_{uk}\}}(\mathbf{x}_k), e_{rk}^{SE}\}$;

Daca $(e_k^i = e_k^4)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE})$, unde $\alpha = \{\delta_{\{e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k), e_{rk}^{SE}\}$;

Daca $(e_k^i = e_k^5)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{uk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}$, cu $\alpha = \{\delta_{\{e_{uk}\}}(\mathbf{x}_k)\}$;

Daca $(e_k^i = e_k^6)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = f_{\{e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}$, cu $\alpha = \{\delta_{\{e_{dk}\}}(\mathbf{x}_k)\}$;

Daca $(e_k^i = e_k^7)$ **atunci** $\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{x}_k)$ si $\mathbf{x}_{k+1}^{SE} = f_{\alpha}^{SE}(\mathbf{x}_k^{SE})$, cu $\alpha = \{e_{rk}^{SE}\}$.

Evenimentele de intrare ale **CES**, conform definitiei, pot apare asincron, atât timp cât traiectoriile de evenimente se afla în multimea E_v^{SEC} . În orice moment starea **CES** se schimba, urmatorul eveniment de intrare **P** care poate apare trebuie sa includa intrarea de comanda **P** permisa de starea curenta **SE**. Toate cele trei subsisteme din structura **CES** actioneaza ca niste automate.

Analiza stabilitatii sistemului CES

Stabilitatea se defineste ca proprietatea matematica de focalizare a rationamentului asupra obiectivului problemei, fiind o caracteristica fundamentala a **CES** [3].

Definitia 1. Pentru $\rho: X^{CES} \times X^{CES} \rightarrow \mathbb{R}$ o functie distanta, se defineste spatiul metric $\{X^{CES}, \rho\}$ cu distanta de la un punct $\mathbf{x}$ la o multime X_{α} : $\rho(\mathbf{x}, X_{\alpha}) = \inf\{\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \mid \mathbf{x}' \in X_{\alpha}, X_{\alpha} \subset X^{CES}\}$. O r-vecinatate a unei multimi $X_{\alpha} \subset X^{CES}$, notata $S(X_{\alpha}; r)$, se defineste: $S(X_{\alpha}; r) = \{\mathbf{x} \in X^{CES} \mid 0 < \rho(\mathbf{x}, X_{\alpha}) < r, r > 0\}$.

Se poate evidentia multimea traiectoriilor de evenimente fizic realizabile $E_v^{SEC}(\mathbf{x}_0^{SEC})$ ale **CES**.

Fie $X(\mathbf{x}_0^{SEC}, E_k, k)$ starea atinsa de sistem pornind din starea initiala dupa aparitia **CES** vintei $E_k = e_0 e_1 \dots e_{k-1}$.

Definitia 2. Multimea $X_{inv} \subset X^{CES}$ se numeste un invariant al **CES**, daca pentru $\mathbf{x}_0^{SEC} \in X_{inv}$,

rezulta ca $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in X_{inv}$, pentru toate CES-urile E_k , astfel încât $E_k E \in E_v^{SEC}(x_0^{SEC})$ și $k \geq 0$, cu E o CES-venta infinita de evenimente. Se poate folosi o multime speciala de traiectorii de evenimente permise, notata cu E_a^{SEC} , unde $E_a^{SEC} \subset E_v^{SEC}$ și o multime de traiectorii permise notata prin $E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$.

Definitia 3. Un invariant $X_{inv} \subset X^{CES}$ al CES este stabil în sens Lyapunov relativ la E_a^{SEC} , daca pentru $(\forall)\varepsilon > 0$ este posibila determinarea unei valori $\delta > 0$, astfel încât daca distanta satisface $\rho(x_0^{SEC}, X_{inv}) < \delta$ se obtine ca $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_{inv}) < \varepsilon$, pentru orice CES-venta E_k de evenimente, cu $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ și $k \geq 0$. Daca $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_{inv}) \rightarrow 0$ pentru $(\forall)E_k$, astfel încât $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$ când $k \rightarrow \infty$, atunci multimea invariant X_{inv} a CES se numeste *asimptotic stabila* relativ la E_a^{SEC} .

Daca multimea invariant X_{inv} a CES, cu $X_{inv} \subset X^{CES}$, este asimptotic stabila în sens Lyapunov relativ la E_a^{SEC} , atunci multimea de stari: $X_v = \{x_0^{SEC} \mid x_0^{SEC} \in X^{CES} \text{ si } \rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_{inv}) \rightarrow 0, \text{ pentru } (\forall)E_k, \text{ astfel încât } E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC}), k \rightarrow \infty\}$, se numeste regiune de stabilitate asimptotica a lui X_{inv} relativ la E_a^{SEC} .

Definitia 4. Multimea invariant $X_{inv} \subset X^{CES}$ a CES cu regiune de stabilitate asimptotica X_v relativ la E_a^{SEC} se numeste asimptotic stabila în sens larg relativ la E_a^{SEC} daca $X_v = X^{CES}$.

Definitia 5. Miscarile CES $X(x_0^{SEC}, E_k, k)$ care încep în starea $x_0^{SEC} \in X^{CES}$ sunt marginite relativ la E_a^{SEC} , iar multimea marginita X_b este inclusa în X^{CES} , daca exista $\beta > 0$, astfel încât $\rho(X(x_0^{SEC}, E_k, k), X_b) < \beta$, pentru $(\forall)E_k$ cu $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$, $(\forall)k \geq 0$.

CES posedă proprietatea de stabilitate Lyapunov relativ la multimea traiectoriilor de evenimente E_a^{SEC} și multimea marginita

$X_b \subset X^{CES}$, daca pentru fiecare stare initiala $x_0^{SEC} \in X^{CES}$, miscarile $X(x_0^{SEC}, E_k, k)$ sunt marginite relativ la E_a^{SEC} și X_b pentru $(\forall)E_k$, astfel încât $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$, pentru orice k pozitiv.

Abordarea Lyapunov a stabilitatii are drept avantaj posibilitatea definirii unei functii Lyapunov corespunzatoare.

În situatia sistemelor expert de conducere pentru modele dinamice neliniare, în care specificarea functiei Lyapunov devine o sarcina dificila, pot fi dezvoltati algoritmi de cautare în studiul proprietatilor de stabilitate, asa cum am procedat si noi în dezvoltarea CES de fata.

Urmatoarele rezultate furnizeaza conditii necesare si suficiente pentru analiza calitativa a unui CES [2].

Teorema 1. Pentru ca o multime invariant $X_{inv} \subset X^{CES}$ a sistemului expert de conducere sa fie stabila în sens Lyapunov relativ la E_a^{SEC} , este necesar si suficient ca într-o vecinatate suficient de mica $S(X_{inv}; r)$ a lui X_{inv} , sa existe definita o functionala V cu proprietatile: **i)** $(\forall)c_1 > 0, (\exists)c_2 > 0$ astfel încât $V(x) > c_2$ pentru $x \in S(X_{inv}; r)$ si $\rho(x, X_{inv}) > c_1$; **ii)** $(\forall)c_4 > 0, (\exists)c_3 > 0$, astfel încât daca $\rho(x, X_{inv}) < c_3$ pentru $x \in S(X_{inv}; r)$ atunci $V(x) \leq c_4$; **iii)** $V(x_0^{SEC}, E_k, k)$ este o functie necrescatoare pentru $k \geq 0$, cu $x_0^{SEC} \in S(X_{inv}; r)$, $(\forall)k \geq 0$, cât timp $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in S(X_{inv}; r)$ pentru E_k astfel încât $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$.

Teorema 2. Pentru ca $X_{inv} \subset X^{CES}$ sa fie asimptotic stabila în sens Lyapunov relativ la E_v^{SEC} , este necesar si suficient ca într-o vecinatate suficient de mica $S(X_{inv}; r)$ a multimii X_{inv} , sa existe definita o functionala V cu proprietatile prezentate în cadrul teoremei 1 si în plus $V(x_0^{SEC}, E_k, k) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty$, pentru toate traiectoriile E_k astfel încât $E_k E \in E_a^{SEC}(x_0^{SEC})$, atât timp cât $X(x_0^{SEC}, E_k, k) \in S(X_{inv}; r)$.

Studiul regiunilor de stabilitate asimptotica folosind metode de cautare se poate realiza în trei pasi:

i) se determina multimea invariant X_{inv} ;

ii) se determina regiunea de stabilitate asimptotica X_v ;

iii) se verifica dacă toate traiectoriile care pornesc din orice stare care aparțin lui X_v se termina în X_{inv} .

Se pot analiza proprietatile unui SE izolat, întrucât este posibil independent de domeniul problemei, sa poata fi caracterizate câteva proprietati generale ale SE si ale CES. În acest caz modelul P este modelul de cunostinte fuzzy, CES este motorul de inferenta, iesirile din bucla închisa sunt faptele sau variabilele din multimea X^{int} . Se pot defini drept referinte diferite scopuri specifice SE la care motorul de inferenta reactioneaza. Trebuie avute în vedere o serie de precautii pentru a asigura o functionare marginita a SE, întrucât în general, un astfel de sistem este nemarginit relativ la E_v^{SE} si la orice multime fixata $X_b \subset X^{SE}$.

Studiu de caz

Procesul condus P (denumit sistem flexibil de productie SFP), poate fi definit ca o retea de n subsisteme (în cazul nostru $n=6$) interconectate sub forma de graf orientat A [3].

Starile sunt x , cu $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_6]^T \in X$, unde x_i reprezinta resursa aferenta subsistemului i . Multimea $E_u = \{e_{00}, e_{12}, e_{13}, e_{21}, e_{34}, e_{35}, e_{42}, e_{43}, e_{56}, e_{65}, e_{64}\}$, în care e_{00} denota evenimentul "transfer vid", $E_d = \emptyset$ si $E_0 = X$. Functiile $g(x)$ si $f_e(x)$ sunt $g: X \rightarrow P(E_u)$, codomeniul functiei de activare fiind multimea $\{\{e_{00}\}, \{e_{12}\}, \dots, \{e_{64}\}\}$, $E = E_u \cup E_d \cup E_0 = E_u \cup \emptyset \cup X = E_u \cup X$, $f_e: X \rightarrow X$, $e \in P(E_u \cup E_d) - \{\emptyset\}$, $e \in P(E_u) - \{\emptyset\}$. Dupa aparitia evenimentului $e_{ij}^{c_k}$, starea urmatoare P este: $x'_1 = x_1 - |x_i - x_j|/2$ si $x'_j = x_j + |x_i - x_j|/2$ daca $(|x_i - x_j|/2) \in \mathbf{N}^+$; sau $x'_1 = x_1 - (|x_i - x_j|/2 + 0.5)$ si $x'_j = x_j + |x_i - x_j|/2 + 0.5$ daca $(|x_i - x_j|/2 + 0.5) \in \mathbf{N}^+$; c) $x'_p = x_p$, $p \neq i, j$, $\delta_e(x) = x$, pentru $(\forall)$ eveniment $e_{ij}^{c_k}$; $\delta_e: X \rightarrow E_0$, $e \in P(E_u \cup E_d) \setminus \{\emptyset\} \Rightarrow \delta_e: X \rightarrow X$, $e \in P(E_u) \setminus \{\emptyset\}$. Se considera evenimente la nivelul P transferurile de la subsistemul i la subsistemul j , iar $E_v = E$.

Fie $\mu_{x_k} = [\mu_{x_1} \mu_{x_2} \dots \mu_{x_N}]^T$ si $\mu_{x_{k+1}} = [\mu_{x'_1} \mu_{x'_2} \dots \mu_{x'_N}]^T$ starea fuzzy P (încarcari imprecise descris

prin numere fuzzy) la momentul k si respectiv $k+1$. Vom nota prin $e_{ij}^{\mu_{c_k}}$ evenimentul logic obținut pe baza procesului de inferenta fuzzy, care permite transferul μ_{c_k} de pe subsistemul i pe subsistemul j , la momentul k , conform modelului de conducere în bucla închisa. Dacă starea este μ_{x_k} , atunci pentru $(i,j) \in A$, poate apare evenimentul $e_{ij}^{\mu_{c_k}}$ în urma caruia se obține starea $\mu_{x_{k+1}}$, prin transferul fuzzy $\mu_{c_k} \geq 0$. Pentru $p \in (0, 1/2]$ se definesc functiile g si f_e , astfel:

i) dacă pentru orice $(i,j) \in A$, $\mu_{x_i} >^* \mu_{x_j}$, atunci $e_{ij}^{\mu_{c_k}} \in g(\mu_{x_k})$ si $f_e(\mu_{x_k}) = ^* \mu_{x_{k+1}}$, unde $e = e_{ij}^{\mu_{c_k}}$, $\mu_{x'_1} = ^* \mu_{x_i} - \mu_{c_k}$, $\mu_{x'_j} = ^* \mu_{x_j} + \mu_{c_k}$, $\mu_{x'_s} = ^* \mu_{x_s}$, pentru $(\forall) s \neq i, j$, cu $p \cdot |\mu_{x_i} - \mu_{x_j}| \leq \mu_{c_k} \leq (1/2) \cdot |\mu_{x_i} - \mu_{x_j}|$; aici $>^*$, $=^*$ reprezinta inegalitate respective egalitate fuzzy.

ii) dacă pentru orice $(i,j) \in A$, $\mu_{x_i} =^* \mu_{x_j}$ atunci $e_{ij}^0 \in g(\mu_{x_k})$ si $f_e(\mu_{x_k}) = ^* \mu_{x_k}$, unde e_{ij}^0 pentru $(i,j) \in A$ reprezinta evenimentul valid nul.

Fie $E_v^{SEC} = E^{CES}$ si $X_{inv} = \{x^{CES} \in X^{CES} \mid \mu_{x_i} =^* \mu_{x_j} \text{ pentru } (\forall) (i,j) \in A\}$ un invariant pentru problema de alocare P . Presupunem în acest caz ca $E_a^{SEC} \subset E_v^{SEC}$ în sensul ca fiecare eveniment de tip $e_{ij}^{\mu_{c_k}}$, poate apare de o infinitate de ori. În felul acesta CES va realiza continuu echilibrarea, pâna în momentul atingerii stării finale. Datorita restrictiei $E_a^{SEC} \subset E_v^{SEC}$, evenimentele de tip $e_{ij}^{\mu_{c_k}}$ pot apare pentru $(\forall) k \geq 0$, astfel încât încarcarile ce deviază mult în raport cu solutia de echilibrare pot fi ajustate.

În abordarea de fata, procesul de ajustare se bazeaza în mod fundamental pe fire de rationament. Resursele de pe subsisteme sunt T numere fuzzy, adica au asociate functii de apartenenta de forma $\mu_{x_1}, \dots, \mu_{x_n}$. De asemenea, cantitatea q_k are asociat T -numarul μ_{c_k} , iar relatiile de inegalitate sau egalitate se aplica în sens fuzzy. În acelasi mod sunt reprezentate si procesate toate celelalte valori fuzzy asociate marimilor lingvistice specifice modelului de sinteza a deciziei. Similar se interpreteaza si conditia de echilibrare în sens fuzzy

din definitia invariantului X_{inv} care este asimptotic stabil în sens larg relativ la $E_a^{SEC} \subset E_v^{SEC}$. CES genereaza lanturi inferentiale corespunzatoare în vederea atingerii obiectivului de conducere, conform teoremei care urmeaza.

Teorema 3. P este (x_0^{SEC}, X_{SFP}) stabil pentru orice $x_0^{SEC} \in X_0^{SEC}$ întrucât exista o secventa de evenimente logice care produce o traiectorie de stare t_s cu proprietatea ca $t_s \in T(CES, x_0^{SEC}, X_{SFP})$.

Demonstratie: Trebuie de justificat faptul ca distribuirea echilibrata si în mod gradual a sarcinilor, poate fi realizata. Pentru $X^{CES} = (X^{SE}, X)$ unde $x = [x_1 x_2 \dots x_6]^T \in X$, $\dim(X) = k$, cu $k \in \mathbb{N}^+$, $X^{SE} = (X^{b1} \cup X^{b2}, X^{int})$ cu $x^{b1} = [x_1^b x_2^b \dots x_{k_1}^b]^T \in X^{b1}$ fiecare componenta a vectorului x^{b1} având o valoare booleana, iar $\dim(X^{b1}) = k_1$, $k_1 \in \mathbb{N}^+$, $x^{b2} \in X^{b2}$ are în structura sa fapte exprimate lingvistic prin T numere fuzzy, care reprezinta în esenta tot submultimi ale multimii numerelor reale, cu $\dim(X^{b2}) = k_2$, $k_2 \in \mathbb{N}^+$.

Starea interna a motorului de inferenta este $x_k^{int} = [\Lambda_k W_k \Pi_k N_k \theta_k K_k]^T \in X^{int}$, cu $\dim(X^{int}) = k_3$, cu $k_3 \in \mathbb{N}^+$, unde primii doi parametri Λ_k, W_k , sunt folositi în strategia de selectie, iar parametri $\Pi_k, N_k, \theta_k, K_k$ sunt folositi pentru procesarea fuzzy [3].

Fie distanta dintre doua stari arbitrare ale sistemului în bucla închisa $x^{CES} = (x, x^b)$ si $(x')^{CES} = (x', x'^b)$, definita prin: $\rho(x^{CES}, (x')^{CES}) = \max\{\max_{i=1,6} \{|x_i - x'_i|\}, \max_{i=1,12} \{|x_i^b - x'^b_i|\}\}$.

Funcția distanta astfel definita satisface proprietatile de metrica.

Multimea $X_{SFP} = \{x^{CES} \in X^{CES} \mid \mu_{xj} = \sum_{i=1,6} \mu_{xi}/6 = \mu_{\bar{x}} \in \mathbb{R}, j=1, \dots, 6\}$ are o regiune de stabilitate asimptotica relativ la $E_v^{SEC}(x_0^{SEC})$.

Pentru multimea invariant X_{SFP} astfel definita se obtine: $\rho(X^{CES}, X_{SFP}) = \max_{i=1,6} \{|\mu_{xi} - \mu_{\bar{x}}|\}$. Se poate alege functionala $V(x^{CES}) = \rho(x^{CES}, X_{SFP})$ astfel încât pentru $c_1 = c_2 = 1$ se obtine: $c_1 \cdot \rho(x^{CES}, X_{SFP}) \leq V(x^{CES}) \leq c_2 \cdot \rho(x^{CES}, X_{SFP})$ rezultat care verifica primele doua conditii din teorema 2.

Trebuie în continuare de demonstrat ca pentru orice starea initiala $x_0^{SEC} \in X_0^{SEC}$, functionala $V(x_k^{SEC})$ este o functie necrescatoare în k , iar $V(x_k^{SEC}) \rightarrow 0$ cu $k \rightarrow \infty$ pentru modelul de conducere utilizat.

Motorul de inferenta în timpul functionarii sale selecteaza pentru activare regula care are ca rezultat transferul unei cantitati de pe subsistemul cu încarcarea maxima pe un subsistem conectat fizic cu aceasta, conform structurii A .

Fie $i^\omega = \{i \mid \mu_{xi} \geq \mu_{xj}, j \in M\}$ si $j^\omega = \{j \mid \mu_{xj} \leq \mu_{xi}, i \in M\}$. Odata cu aparitia evenimentului $e_{ij^\omega k}$ la momentul k exista doua posibilitati:

1) $\mu_{xik} - \mu_{xjk} = \mu_{ck} > *1$. Urmatoarea stare la nivelul încarcarilor satisface urmatoarele conditii: $\mu_{x_{i_k}^\omega} \leq \mu_{x_{i_k}^\omega} - \mu_{ck}/2 < \mu_{x_{i_k}^\omega}$ iar $\mu_{xjk} < \mu_{x_{jk+1}} \leq \mu_{xjk} + \mu_{ck}/2 + 1/2 < \mu_{xjk} + \mu_\alpha$ si $\mu_{xpk+1} = \mu_{xpk}$, $p \neq i, j$.

În aceste conditii: $\max_{i=1,6} \{\mu_{xik+1}\} \leq \mu_{x_{i_k}^\omega}$ si $\min_{j=1,6} \{\mu_{xjk+1}\} \geq \mu_{x_{i_k}^\omega}$. Functionala $V(x_k^{SEC})$ este necrescatoare în raport cu valoarea lui k . Întrucât $\mu_{x_{i_k+1}^\omega} \leq \mu_{x_{i_k}^\omega} - \mu_{ck}/2 < \mu_{x_{i_k}^\omega}$ pe de o parte si pe de alta parte exista un numar finit de subsisteme, se poate ca eventual $\max_{i=1,6} \{\mu_{xik+1}\} \leq \mu_{x_{i_k}^\omega}$.

În plus, evenimentul e_{ij^ω} va apare eventual la un moment de timp k_1 astfel încât sa aiba loc relatia:

$$\min_{j=1,6} \{\mu_{x_{j_{k+1}}^\omega}\} > * \mu_{x_{j_{k_1}}^\omega}$$

Se observa de asemenea ca $\max_{i=1,6} \{\mu_{xik}\}$ eventual descreste în raport cu valoarea lui k , iar $\min_{i=1,6} \{\mu_{xjk}\}$ eventual creste în raport cu valoarea lui k , se poate concluziona ca $V(x_k^{SEC})$ este o functie descrescatoare în raport cu k si $V(x_k^{SEC}) \rightarrow 0$ pentru $k \rightarrow \infty$.

2) $\mu_{x_{i_k}^\omega} - \mu_{xjk} = *1$. Urmatoarea stare este $\mu_{x_{i_k+1}^\omega} = \mu_{x_{i_k}^\omega} - 1$, $\mu_{xjk+1} = \mu_{xjk} + 1$.

Astfel $\max_{i=1,6} \{\mu_{xik+1}\} = \mu_{x_{i_k}^\omega} = \mu_{x_{jk+1}}$. Daca exista k_1 si j astfel încât pentru $(\forall) k_2 \geq$

$k_1, \mu_{X_{i_{k_2}}} - \mu_{X_{j_{k_2}}} = 1$ nu vom obtine o solutie a problemei **P**.

Daca un astfel de k_1 nu exista atunci suntem în cazul 1 care apare pâna când $V(x_k^{SEC}) = 0$.

Se poate obtine numai o aparitie persistenta în cazul 1), prin existenta ciclurilor, care însa nu sunt permise. **CES** aferent problemei **P** are o functionare corespunzatoare, fiind asimptotic stabil în sens larg.

În aceasta situatie X_{inv} este stabil în sens Lyapunov si asimptotic stabil relativ la E_{dis}^{SEC} (acestea fiind proprietati locale). Putem analiza si proprietatile de stabilitate globala ale lui **P**, adica trebuie de verificat daca **CES** este asimptotic stabil în sens larg relativ la E_{dis}^{SEC} .

Exemplu. Valorile fuzzy implicate în testarea modelului de conducere, utilizând motorul de inferenta corespunzator sunt: (*constfaz* *s(tp 0 1 0 1)), (*constfaz* *n(tp 2 ∞ 1 1)), (*constfaz* *ma(tp 2 ∞ 1 1)), (*constfaz* *mi(tp 0 1 0 1)), (*constfaz* *b(tp 0 1 0 1)), $\varepsilon = 1, \eta = 0, \mu_{x1} = \mu_{x2} = \mu_{x3} = (199.5 \ 200.5 \ 1 \ 1), \mu_{x4} = \mu_{x5} = \mu_{x6} = (-0.5 \ 0.5 \ 1 \ 1)$, "în jurul valorii $x_0 = (x_0 - 0.5 \ x_0 + 0.5 \ x_0 - 1.5 \ x_0 + 1.5) = 'x_0'$, $x^{b1} = 0$. Se obtin urmatoarele rezultate simulate pentru gradul de echilibrare global ge (figura 1) si respectiv rezultatul abararii fuzzy, figura 2.

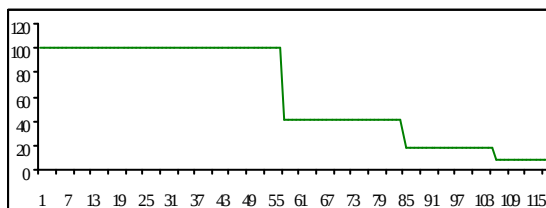


Fig.1. Evolutia gradului de echilibrare ge

Rezulta un numar de 118 inferente, iar valorile aferente încarcarilor si respectiv gradului de echilibrare globala sunt urmatoarele: $\mu_{x1} = '101.33' = (100.83 \ 101.83 \ 0.5 \ 0.5)$, $\mu_{x2} = '102.60' = (101.56 \ 102.56 \ 0.5 \ 0.5)$, $\mu_{x3} = '101.33' = (100.83 \ 101.83 \ 0.5 \ 0.5)$, $\mu_{x4} = '102.04' = (101.54 \ 102.54 \ 0.5 \ 0.5)$, $\mu_{x5} = '100.61' = (100.11 \ 101.11 \ 0.5 \ 0.5)$, $\mu_{x6} = '92.627' = (92.127 \ 93.127 \ 0.5 \ 0.5)$, $ge = (6.87 \ 7.87 \ 0.5 \ 0.5)$. Se observa ca la sfârșitul executiei motorului de inferenta, valoarea gradului de echilibrare este $ge = '1.1394'$,

ceea ce corespunde valorii lingvistice satisfactor (conform figurii 1) deoarece $\Pi(*s, 'ge') = 1, N(*s, 'ge') = 0.246 > 0$. Terminarea executiei nu se face însa prin activarea regulii 11 conform modelului de conducere, din motivele prezentate în continuare. Conform încarcarilor initiale $\mu_{\bar{x}} = '100'$ în sens fuzzy, iar încarcarile finale, sunt respectiv: $\mu_{x1} = '100.58' (\mu_{x1 - \bar{x}} = '0.58' = '0')$, $\mu_{x2} = '101.12' (\mu_{x2 - \bar{x}} = '1.12' \neq '0')$, $\mu_{x3} = '99.829' (\mu_{x3 - \bar{x}} = '0.171' = '0')$, $\mu_{x4} = '100.60' (\mu_{x4 - \bar{x}} = '0.6' = '0')$, $\mu_{x5} = '98.888' (\mu_{x5 - \bar{x}} = |\mu_{x5} - \mu_{\bar{x}}| = '1.12' \neq '0')$, $\mu_{x6} = '98.888' (\mu_{x6 - \bar{x}} = |\mu_{x6} - \mu_{\bar{x}}| = '1.12' \neq '0')$. Concluzia în acest caz este ca gradul de echilibrare este satisfactor, iar diferentele fuzzy dintre valorile finale ale încarcarilor si valoarea medie asteptata sunt similare (adica sunt toate în jurul valorii zero).

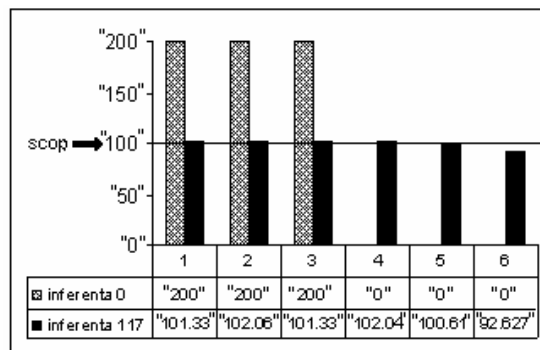


Fig.2. Evolutia încarcarilor dupa functionarea asimptotic stabila a CES

Concluzii

În acest articol am analizat si demonstrat (teorema 3) stabilitatea Lyapunov a unui model fuzzy de conducere pentru o problema de alocare **P**.

Modelul **CES** se aseamana cu a unui planificator, întrucât el poate predicta un numar de stari în evolutia procesului, pe un orizont de timp viitor (finit), ca rezultat al propriilor sale rezultate inferentiale. Analiza dinamicii procesului de inferenta ramâne a fi evaluata chiar dupa verificarea proprietatilor statice, care nu poate detecta toate insuficientele functionale ale acestuia. **CES** realizat satisface propieta-

tea de predictibilitate în raport cu cerintele de timp impuse.

În cazul CES testat în faza de prototip, am combinat predictibilitatea *strat cu strat* (la nivelul etapei de filtraj a SE fuzzy am optat pentru varianta compilata a modelului lingvistic de conducere si am formalizat decidabilitatea utilizând operatori temporali modali) cu a *celui mai important strat* (am introdus si utilizat elemente de analiza calitativa a sistemelor expert, am evidentiat prin metode teoretice si prin simulare limitele modelului de conducere crisp pentru studiul de caz ales, am ierarhizat cunostintele si experienta de conducere, am obtinut prin intensiune un numar suficient dar nu complet de metareguli care sa permita ca sistemul în bucla închisa sa fie global asimptotic stabil).

Astfel de modele de cunostinte sau metacunostinte sunt utile fie în probleme de planificare multiagent la nivelul unui agent central [2], fie în realizarea unor servere de inteligenta artificiala distribuita care realizeaza diferite functii de timp real sau care au modele de cunostinte de tip modal [5].

Logica temporală este un tip particular de logica modală si furnizeaza un cadru formal care permite descrierea modului în care anumite proprietati sistemice pot fi specificate, fiind utilă în înțelegerea mai profundă a stării sistemului proiectat. Cunoașterea acestora este deosebit de importantă în cazul sistemelor expert de conducere a proceselor, pentru analiza evoluției în timp a secvențelor de stări si evenimente, pentru implementarea si verificarea sistemului.

Specificarea comportării sistemului de conducere la nivel de abstractie a secvențelor de stări si evenimente poate fi realizată mai adecvat în cadrul unui formalism temporal logic, întrucât acest tip de specificatii au o expresivitate mai mare în raport cu specificatiile logice clasice. Proprietățile temporale logice acopera multe din aspectele de comportament dinamic a sistemelor de conducere bazate pe cunostinte. Din aceste motive consideram ca formalismul logic utilizat în concepția CES este important, fiind o tentativa de a îngloba atât atribute fuzzy cât si atribute temporale modale.

Bibliografie

- [1] Antsaklis P.J., Lemmon M., Stiver J.A., 1996 - *Learning to Be Autonomous – Intelligent Supervisory Control*, in "Intelligent Control Systems – Theory and Applications" by Gupta M.M., Sinha N.K., IEEE Press
- [2] Bigus J. P., Bigus J., 2001 - *Constructing Intelligent Agents Using Java™*, CESond Edition, Wiley & Sons, ISBN 0-471-39601-X
- [3] Mazilescu V., 2001 – *The Management of Fuzzy Knowledge in Planning Systems*, The Fifth International Symposium of Economic Informatics, Bucharest, 10-13 May, Academy of Economic Studies, Faculty of Economics, Cybernetics, Statistics and Informatics, p. 967-977
- [4] Passino K., Michel A., P.J. Antsaklis, 1994 – *Lyapunov stability of a class of discrete event systems*, IEEE Transaction on Automatic Control, **39**, 269-279
- [5] Weiss G., (editor), 2001 - *Multiagent Systems/A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence*, MIT Press, ISBN 0-262-23203-0