

Modelarea mecanismelor de piata în perspectiva Construirii modelelor-bazate-pe-agenti (MBA)

Prof.dr. Emil SCARLAT, conf.dr. Virginia MARACINE
Catedra de Cibernetica Economica, A.S.E. Bucuresti

General equilibrium theory, a microeconomic framework, has recently been successfully adapted for and used in computational multiagent systems in many application domains. Market mechanisms play a central role as a coordination tool in such systems.

In the light of the growing interest in agent-based market models, we study several concepts in which we considered the topic of market modeling. In this paper we study two methods of such mechanisms who are used for the coordination of competitive and speculative agents.

Keywords: *micro economy, equilibrium, market mechanisms.*

Comportamentul agentilor pe pietele aflate la echilibru

Principalele tipuri de comportamente pe care le întâlnim la agentii economici pe piata trebuie sa fie cunoscute pentru a putea realiza modele de comportament care, mai departe, sa poata fi utilizate de agenti (umani sau artificiali) în procesele si mecanismele specifice tranzactiilor pe piete. Exista trei astfel de tipuri de comportamente: pe pietele aflate la echilibru, pe pietele cu informatie completa si pe pietele cu informatie incompleta. Se mai poate defini un tip de comportament, si anume acela al agentilor pe pietele cu incertitudine totala, dar acesta înca nu a fost complet elucidat, existând înca multe probleme care se cer înca aprofundate. Din ratiuni de simplitate, ne vom referi, în continuare, doar la pietele aflate la echilibru.

Produsele si serviciile pe o piata pot fi de natura fizica (alune, cafea, carne etc.) sau abstracta (un proiect arhitectonic, un site pe Internet s.a.). De regula, mecanismul de ajustare a pietei la echilibru poate fi descris dupa cum urmeaza. Mai întâi, coordonatorul pietei anunta o noua tranzactie, posibil si unele informatii privind pretul asteptat. Apoi agentii economici de pe piata (consumatori si producatori) raspund cu functiile lor de cerere si, respectiv, oferta, arătând ce se schimba în alocarea pe care ei o doresc pentru diferite alternative de pret (cererea negativa este interpretata ca oferta). Pe baza functiilor de cerere si oferta

transmise de agenti, coordonatorul încearca sa determine un pret de echilibru (de golire a pietei) sau o multime de preturi (în cazul echilibrului multiplu) astfel încât cererea sa fie egala cu oferta pentru fiecare produs. Optional, pot avea loc nevoie mai multe iteratii pâna când agentii ajung la echilibru.

Dupa ce pretul de echilibru a fost stabilit, cantitatile de produs sunt realocate între agenti pe baza cererilor lor si a pretului de golire a pietei. În figura 1 se reprezinta acest mecanism. Daca presupunem ca o piata este la echilibru, deci algoritmul de mai sus a fost parcurs, atunci agentii economici pot avea, pe o astfel de piata, un comportament optimal. Daca un agent are un efect neglijabil asupra pretului (si nici nu a format nici o coalitie cu alti agenti, a carei marime sa aiba un efect semnificativ asupra pretului de piata) atunci comportamentul lui optimal este sa determine o functie de cerere (respectiv de oferta) care maximizeaza o functie de "fitness" a acestuia, luând pretul de echilibru ca dat. Functia de "fitness" este, în cazul agentului consumator, functia de utilitate a consumului acestuia iar pentru agentul producator poate fi o functie de profitabilitate.

Acest comportament pe piata al agentilor se numeste **competitiv**. Comportamentul competitiv este, de regula, o ipoteza standard în studierea mecanismelor de piata. Daca un agent poate, într-un fel sau altul, sa influenteze pretul atunci comportamen-

tul sau nu va fi mult timp optimal. Totusi, ipoteza de comportament competitiv este

adekvata pe multe pietee din realitate.

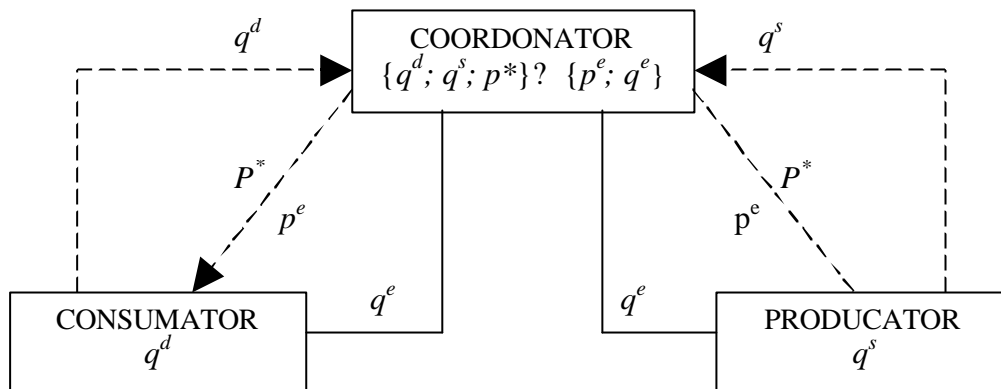


Fig.1. Mecanismul echilibrului

În cazul în care, într-un anumit fel, un agent (o coalitie de agenti) poate influența prețul de piață, vom vorbi despre comportament *strategic*. Cazurile de comportament strategic pe piață, deși sunt mai puțin întâlnite, reprezintă o sursă importantă de informații în realizarea de piețe artificiale, pe care pot fi structurate diferite forme de comportament în situația apariției unor perturbări sau disfuncții ale unor piețe reale.

Comportamentul competitiv

Înainte de a începe descrierea comportamentului competitiv al agenților, vom observa că funcția de ofertă poate fi interpretată ca o funcție de cerere care are valori negative; deci, în continuare, ne vom referi doar la funcția de cerere care poate să ia valori pe întreaga mulțime R (valori pozitive pentru cerere și valori negative pentru ofertă).

Vom presupune că pe piață există un număr finit de bunuri $g \in [1, 2, \dots, k]$, fiecare bun fiind divizibil arbitrar și putând fi adus pe piață în orice cantitate (nerestricționat). Aceste bunuri au asociate un vector al prețurilor $p = [p_1, p_2, \dots, p_k]$, unde $p_g \in R$ este prețul bunului g .

Fără a pierde din generalitate, un bun (să spunem cel corespunzător indicelui k) este considerat "numerar", deci prețul unitar asociat acestuia este $p_k = 1$. Acest lucru permite ca prețurile tuturor celorlalte bu-

nuri să poată fi exprimate ca multipli de prețul acestui bun. (Acest bun este considerat, în general, banii).

Când se află pe o piață la echilibru, fiecare agent își stabilește o funcție de cerere netă, $z(p)$ definită ca:

$$z_i(p) : R^{k-1} \rightarrow R^{k-1}$$

unde indicele i reprezintă agentul. Deci, funcția de cerere netă descrie cererea pentru bunul g la prețurile p_g , $g \in [1, 2, \dots, k-1]$ (prețul bunului k fiind fixat).

De exemplu, dacă $z_i = ([1, 2, 1]) = [-2, 3, 0]$ acest lucru spune că, la prețurile 1, 2 și respectiv 1, agentul i dorește să vândă 2 unități de produs 1 și să cumpere 3 unități de produs 2, utilizând pentru aceasta 4 unități de produs 3 (numerar) $[1 \cdot (-2) + 2 \cdot (3) = 4]$. Se observă, deci, că pe aceeași piață agenții fac tranzacții între ei, deci z poate fi considerată atât funcție de cerere cât și funcție de ofertă.

Procesul de stabilire a unei funcții de cerere netă poate fi un proces iterativ dacă vectorul de prețuri ce goleşte piața este în afara domeniului determinat de funcțiile de cerere transmise de agenți coordonatorului pieței. Un exemplu de astfel de proces iterativ este cel de tatonare a prețului de bază în care funcțiile $z_{ig}(p_g)$, cu $z_{ig} : R^? \rightarrow R$, sunt transmise coordonatorului pieței în mai multe etape, la fiecare etapă coordonatorul determinând un preț de bază.

Fiecare functie de cerere este bazata pe preturile curente de piata ale celorlalte bunuri. Deci, daca celelalte preturi se schimba, o noua multime de functii de cerere neta trebuie stabilita si transmisa. Dupa ce coordonatorul stabileste un pret de golire a pietei, sa spunem p^* , definit ca acel pret $p^* \in R_+$ pentru care

$$\sum_i z_{ig}(p^*) = 0, \quad g \in [1, 2, \dots, k-1] \quad (1)$$

fiecare agent primeste (sau ofera) o cantitate $z_{ig}(p)$ din fiecare dintre cele $k-1$ bunuri si utilizeaza

$$\sum_{g=1}^{k-1} z_{ig}(p_g^*) \cdot p_g^* \quad (2)$$

din bunul k (numerar).

Analiza pietelor la echilibru se bazeaza pe ipoteza ca exista un mecanism care stabileste un pret de piata pentru fiecare bun, astfel încât oferta sa egaleze cererea, iar realocarea bunurilor de catre piata este făcuta dupa ce aceste preturi au fost stabilite. Exista mai multi algoritmi de piata care pot fi utilizati pentru a determina un echilibru (algoritmi de tatonare a preturilor sau a cantitatii, algoritmi de licitatie de diferite forme etc.). Evident ca, daca un echilibru de piata nu exista atunci nici un algoritm de acest tip nu poate fi dat.

Dupa cum am vazut, pe o astfel de piata exista doua categorii fundamentale de agenti: consumatori si producatori.

Fiecare **agent consumator** i are definita o functie de utilitate $u_i(x_i)$ care arata preferintele acestuia pentru diferite cosuri de bunuri si servicii (marfuri) $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}]^T$, unde $x_{ig} \in R_+$ reprezinta alocatia consumatorului i din produsul g . Fiecare consumator i are, de asemenea, o înzestrare initiala cu bunuri $e_{ig} = [e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ik}]^T$, unde $e_{ig} \in R_+$ este înzestrarea consumatorului i cu bunul g .

Cererea (neta) în exces a consumatorului i pentru bunul g este atunci data de:

$$z_{ig}(p) = x_{ig}(p) - e_{ig}$$

În contextul pietelor de echilibru, $x_{ig}(p)$ reprezinta alegerea/alocarea optima a agentului i pentru preturile date p iar $z_{ig}(p)$ este schimbarea optima în alocarea agentului i .

Agentii producatori – daca exista – pot utiliza unele bunuri si servicii produse de alti agenti de pe piata. Fie $y_j = [y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jk}]^T$ vectorul de productie, unde y_{jg} este cantitatea de produs g pe care o realizeaza producatorul j . Utilizarea neta a unui bun este un numar negativ. Capacitatea producatorului de a transforma un input în output este caracterizata de multimea posibilitatilor de productie Y_j , care reprezinta o multime de vectori de productie admisibili.

Profitul producatorului j este dat de $p \cdot y_j$, unde $y_j \in Y_j$. Profiturile producatorilor sunt împartite de consumatori pe baza unor proportii predeterminate nu neaparat egale, deoarece consumatorul este proprietarul factorilor de productie. Fie, astfel, q_{ij} fractia din factorii utilizati de producatorul j pe care o detine în proprietate consumatorul i . Profiturile producatorilor revin consumatorilor în functie de aceste proportii. Consumatorii se presupune ca nu au dreptul sa se amestece în deciziile producatorilor.

Pentru a realiza uniformitate cu cazul consumatorului, definim cererea în exces a producatorului j (schimbarea sa optima în alocare la preturile date) ca fiind:

$$z_{jg}(p) = -y_{jg}(p) \quad (3)$$

Odata cu schimbarea preturilor, si agentii își pot modifica planurile lor de consum si de productie, dar productia si consumul apar efectiv doar atunci când piata a atins starea de echilibru.

O piata (p^*, x^*, y^*) se spune ca este la **echilibru general (Walrasian)** daca sunt îndeplinite conditiile:

1) piata se goleste: pentru fiecare bun, productia plus înzestrarea cu bunuri a agentilor este egala cu consumul. Formal:

$$\sum_i x_i^* = \sum_i e_i + \sum_j y_j^* \quad (4)$$

2) fiecare consumator i consuma un cos de bunuri si servicii astfel încât nu exista un alt cos care îi aduce o utilitate a consumului mai mare, dându-se înzestrarea initiala, preturile curente ale pietei si profiturile primite de la producatori. Formal:

$$x_i^* = \arg \max_{x_i \in \mathfrak{X}_i / p \cdot x_i \leq p \cdot e_i + \sum_j p \cdot y_j} u_i(x_i) \quad (5)$$

3) fiecare producator j utilizeaza vectorul de productie admisibil care îi maximizeaza profiturile sale dându-se preturile pietei. Deci

$$y_j^* = \arg \max_{y_j \in Y_j} p \cdot y_j \quad (6)$$

Solutiile de echilibru general au unele proprietati interesante. Astfel, daca agentii sunt competitivi, fiecare echilibru general este eficient în sens Pareto, adica nici un agent nu poate sa aiba un "fitness" mai bun (utilitate sau profit) fara ca un alt agent sa aiba unul mai rau. Acest lucru înseamna ca nu este posibil sa se determine o metodologie pentru determinarea solutiilor problemei agentului, astfel încât fiecare agent sa fie mai bun decât la echilibrul general. Solutia de echilibru este, de asemenea, stabila împotriva coliziunii. Fiecare solutie fara producatori (economie de schimb pura) este stabila în sensul conceptului de nucleu al jocului de formare a coalitiei: nici un subgrup de agenti consumatori nu-si pot creste utilitatea lor în sensul ca consumatorii înlatura echilibrul si formeaza propria lor piata.

Din nefericire, în unele situatii, solutia de echilibru general nu exista. De exemplu, sa presupunem ca exista pe piata un agent producator care detine doua utilaje fiecare

având costuri marginale diferite si o productie de baza minimala. Daca doar cea mai costisitoare masina este pornita, poate sa apara cazul în care pretul pe care cererea este dispusa sa-l plateasca sa fie mai mare decât costul marginal al celei de-a doua masini. Totusi, daca se pornesc ambele masini, poate sa existe mai multa oferta si, în consecinta, pretul de piata sa scada sub costul marginal al celei de-a doua masini. Deci, nu exista pret astfel încât cererea sa fie egala cu oferta.

Cu toate acestea, pot fi formulate anumite conditii suficiente de existenta ale unui echilibru, utilizând functiile de cerere în exces.

Comportamentul speculativ

Pâna acum am analizat comportamentul agentilor competitivi pe pietele aflate la echilibru; ei considera, deci, ca preturile sunt date exogen si își definesc comportamentul (decizia de cerere/oferta) doar pentru a-si maximiza utilitatea (profitul) în conditiile în care preturile de piata sunt date – presupunând ca nu are influenta asupra acestor preturi. Justificarea unei astfel de ipoteze este aceea ca piata este prea mare pentru a putea fi influentata de actiunea unui singur agent. Totusi, acest lucru este, într-un anumit sens, paradoxal deoarece actiunile agentilor determina pretul si daca nici unul dintre ei nu influenteaza pretul atunci cine? Ipoteza de competitivitate este adevarata, într-adevar, pentru un numar infinit de agenti (fiecare dintre ei având dimensiuni neglijabile) dar care piata are un numar infinit de agenti?

De aceea, pe pietele cu un numar finit de agenti este mai plauzibil sa se presupuna ca un agent poate actiona strategic si poate, cel puțin ipotetic, sa atinga o utilitate mai mare decât cea determinata de marimea cererii sale. Pentru aceasta, agentul trebuie sa speculeze modul în care actiunea sa afecteaza pretul de piata care este influentat simultan de modul în care ceilalti agenti de pe piata raspund la pretul care se schimba ca urmare a actiunii strategice a primului agent.

Cererea – pe care o anunta agentul speculator care își urmareste strategia sa de influentare a pretului de piata - se mai numeste si cerere revelata, pentru a se deosebi de cererea competitiva, adica cererea pe care o formuleaza un agent care actioneaza competitiv. Vom nota functia de cerere relevata cu z_g pentru a o deosebi de functia de cerere competitiva ce a fost prezentata mai sus.

În esenta, cererea revelata este o cerere neta în exces, deoarece ea se abate de la echilibrul de piata, agentul speculator neputând actiona niciodata în conditiile definite de echilibru. Trebuie spus ca unele proprietati ale pietelor la echilibru nu se regasesc în cazul pietelor necompetitive. Astfel, eficienta Pareto si stabilitatea coalitiilor se pierd daca agentii actioneaza strategic în loc sa actioneze competitiv. Desigur ca, cu cât mai putini agenti se abat de la comportamentul competitiv, cu atât rezultatele obtinute în cazul pietelor aflate la echilibru vor fi mai apropiate de cele din cazul echilibrului general competitiv.

Sa vedem, în continuare, care ar fi motivele care-i fac pe agenti sa se abata de la comportamentul competitiv. Scopul consumatorului autointeresat este sa determine un cos de marfuri destinate consumului care îi maximizeaza satisfactia (utilitatea) consumului. Pentru a determina acest cos optim atunci când actioneaza pe o piata, consumatorul trebuie sa speculeze raspunsurile celorlalti agenti la preturi. Aceasta deoarece deciziile lor privind cererea afecteaza preturile, care afecteaza deciziile de cerere si oferta ale altor agenti care, din

nou afecteaza preturile cu care se confrunta consumatorul respectiv.

Utilizând modelele celorlalti agenti, consumatorul poate sa determine, deci, propriile sale decizii optime de cerere. Alti agenti pot fi, la rândul lor, speculatori. Acest lucru trebuie si el inclus în modelul agentului privind actiunile celorlalti agenti.

Sa presupunem, astfel, ca pe piata exista n agenti si în plus, pe lângã acestia, un agent speculator, notat s . Cererea în exces a celor n agenti pentru un bun g este data de:

$$z_g^n(p) = \sum_{i=1}^n z_{ig}(p) \tag{7}$$

Nu facem nici o ipoteza cu privire la modul în care acesti agenti iau deciziile lor de cerere/oferta care determina cererea în exces. În particular, nu vom presupune nici ca ei actioneaza competitiv. Agentul speculator s utilizeaza informatia sa despre $z_g^n(p)$ ca baza a comportamentului sau strategic asa cum l-am descris.

Cererea totala în exces cu agentul speculator inclus în piata va fi:

$$z_g(p) = z_g^n(p) + z_{sg}(p) \tag{8}$$

Odata ce piata atinge un echilibru, oferta în exces egaleaza cererea, deci:

$$z_g(p) = 0 \text{ pentru fiecare bun } g$$

Înlocuind în ecuatie (8) obtinem:

$$z_{sg}(p) + z_g^n(p) = 0 \tag{9}$$

În continuare, putem avea doua cazuri:

• **Cazul A: Consumatorul speculator**

O solutie a problemei de optim urmatoare da cea mai mare utilitate pe care un consumator speculator poate sa o obtina:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max u_s(x_s(p)) \\ \text{în conditiile} \\ x_{sg}(p) \geq 0 \text{ (consumatorul nu produce)} \\ x_{sg}(p) = e_{sg} - z_g^n(p) \text{ (oferta este egala cu cererea)} \\ p z_s(p) \leq \sum_{h \in \text{produs}} q_{sh} \cdot p \cdot y_h(p) \text{ (restricti e de buget)} \end{array} \right. \tag{10}$$

Solutia se poate obtine presupunând ca echilibrul este unic si ca exista un mecanism de piata care îl poate determina.

• **Cazul B: Producator speculator**

Scopul producatorului autointerestat este sa determine un vector de productie care maximizeaza profitul. Din nou, acest lucru necesita un model al modului în care reac-

tionaaza ceilalti agenti la preturi, deoarece deciziile de productie ale producatorului afecteaza pretul, care afecteaza deciziile privind cererea si oferta ale celorlalti agenti, care din nou afecteaza pretul cu care se confrunta producatorul.

O solutie a urmatoarei probleme de maximizare da cel mai mare profit pe care un producator speculator îl poate obtine:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_p p \cdot y_S(p) \\ \text{in conditiile} \\ y_S(p) \in Y_S \text{ (planul de productie admisibil)} \\ y_{sg}(p) = z_g^n(p) \text{ (oferta este egala cu cererea)} \end{array} \right. \quad (11)$$

Aceasta solutie se poate obtine presupunând ca echilibrul de piata este unic si mecanismul de piata îl poate determina.

Vom nota solutiile problemelor de optim de mai sus cu p^* indiferent daca este vorba de problema consumatorului speculator sau problema producatorului speculator. În articolul ce îl va succeda pe acesta vom prezenta cei doi algoritmi ce descriu mecanismele de piata: *algoritmul de tatonare a pretului* si, respectiv, *algoritmul de tatonare a cantitatii*.

Bibliografie

- [1] Axelrod, R. (1997), *The complexity of cooperation: Agent – based models of conflict and cooperation*, Princeton, N.J. The Princeton University Press;
- [2] Batten, D. (2000), *Discovering artificial economics: How agents learn and economies evolve*. Boulder Co: Westview Press;
- [3] Chan, N.T., Le Baron, B., Lo, A., Poggio, T. (1999), *Agent – based models of financial markets: A comparison with experimental markets*. MIT Artificial Markets Project, Paper No. 124, September;
- [4] Dawid, H. (1999), *Adaptive learning by genetic algorithms: Analytical result and application to economic models*, Revised Second Edition, Berlin: Springer – Verlag;

[5] Faratin, P., Klein, M., Sayama, H., Bar – Yam, Y., *Simple Negotiating Agents in Complex Games: Emergent Equilibria and Dominance of Strategies*. The Proceedings of the Int. Conf. on Multiagent Systems (ICMAS – 2000), Boston, MA;

[6] Farmer, J.D. (2000), *Market force, ecology, and evolution*, Journal of Economic Behavior and Organization (în curs de aparitie);

[7] Fisher, F.M. (1983), *Disequilibrium foundation of equilibrium economics*, Cambridge Univ. Press, England

[8] Grandmant, J.-M. (1988), *Temporary equilibrium*, Academic Press, San Diego, CA;

[9] Sandholm, T., Ygge, F. (1997), *Constructing Speculative Demand Functions in Equilibrium Markets*, Working Paper;

[10] Tesfatsion, L. (2001), *Economic Agents and Markets as Emergent Phenomena*, www.econ.iastate.edu/tesfatsi/ace.htm

[11] Tesfatsion, L. (2000), *Agent-Based Computational Economics: A Brief Guide to the Literature*, www.econ.iastate.edu/tesfatsi/;

[12] Zhang, Y.-C (2000), *Modeling Market Mechanism with Evolutionary Games*, Working Paper, Inst. De Physique Theoretique, Univ. de Friburg, Switzerland.