

## Sisteme fuzzy. Fuzzy ARTMAP

Dr.ing. Sorin GEORGESCU  
Universitatea Politehnica București

*Articolul prezintă elemente fundamentale din teoria fuzzy: mulțimi și operatori fuzzy, funcția care permite calcularea gradului în care un număr fuzzy este un subset fuzzy al unui alt număr fuzzy, inferența fuzzy, controloare fuzzy, aproximarea funcțiilor continue cu ajutorul controloarelor fuzzy. Pe baza definițiilor și conceptelor prezentate, în finalul articolului este descris algoritmul de instruire și arhitectura uneia dintre cele mai importante rețele neurale din teoria rezonanței adaptive a lui Carpenter și Grossberg, rețeaua Fuzzy ARTMAP. Este arătat că această rețea neurală este capabilă să formeze hipersuprafețe de decizie oricât de complexe, fiind singura rețea neurală artificială care poate fi instruită supervizat în timp real. Ca aplicație imediată, este sugerată utilizarea ei în cadrul sistemelor hibride de recunoaștere a vorbirii, în care componenta neurală generează etichetele fonemice corespunzătoare vectorului curent observat de componenta HMM.*

**Cuvinte cheie:** numere fuzzy, inferență fuzzy, controlor fuzzy, rețele neurale, Fuzzy ARTMAP, teoria rezonanței adaptive.

### 1. Teoria raționamentului aproximativ

Toate metodele inteligente de rezolvare de probleme utilizate în informatică sunt caracterizate de limitări și proprietăți computaționale specifice. Astfel, rețelele neurale sunt foarte performante în problemele de recunoaștere de exemple, în schimb ele nu sunt capabile să furnizeze explicații asupra deciziilor luate. Spre deosebire de ele, sistemele fuzzy pot raționa pe baza unor informații imprecise și sunt foarte bune în furnizarea de explicații asupra raționamentului efectuat. Acestea pot include cunoștințele experților, pornind direct de la reguli etichetate lingvistic.

Teoretic, rețelele neurale și sistemele fuzzy sunt echivalente. Ele pot fi convertite reciproc cu ușurință, chiar dacă practica demonstrează că fiecare în parte prezintă avantaje și dezavantaje. Rețelele neurale sunt adesea instruite prin propagarea inversă a gradientului erorii în raport cu ponderile rețelei, proces relativ lent, ca urmare a numărului mare de iterații necesare atingerii minimului global al funcției eroare. În plus, nu este posibilă extragerea informației structurale (regulile încorporate în sistem) pornind direct de la valoarea parametrilor rețelei și nu există nici o modalitate de a introduce direct, în ponderile conexiunilor

rețelei, noi reguli. Sistemele fuzzy sunt mult mai ușor de modificat atunci când noi reguli trebuie învățate. Performanța lor poate fi ușor ajustată prin modificarea parametrilor ce definesc regulile fuzzy învățate. Cu toate acestea, sistemele fuzzy sunt utilizate numai în aplicațiile cu număr redus de variabile de intrare, pentru care cunoștințele expertului sunt disponibile.

Cercetările din ultimii ani au pus bazele unor abordări cooperative Fuzzy-NN [1,9]. În principiu, în cadrul acestor sisteme, rețelele neurale fie optimizează anumiți parametri ai sistemului fuzzy, fie preprocesează datele de intrare și extrag regulile de control fuzzy.

#### 1.1. Mulțimi și operatori fuzzy

Mulțimile fuzzy au fost introduse de Zadeh ca o modalitate de reprezentare și manipulare a informației imprecise [10]. Definiția dată de Zadeh unei mulțimi fuzzy are la bază funcția de apartenență asociată mulțimii respective.

$$\mu_A : X \rightarrow [0,1] \quad (1)$$

unde  $X$  reprezintă o mulțime nevidă;  $A$  reprezintă mulțimea fuzzy definită pe  $X$ .

Interpretarea care poate fi dată unui element oarecare  $\mu_A(x)$  este de grad de apartenență a

argumentului  $x$  la mulțimea fuzzy  $A$ , sau ca posibilitatea ca  $x$  să aparțină lui  $A$ . Dacă asociem fiecărui element  $x \in X$  gradul său de apartenență la mulțimea  $A$ , notat cu  $\mu_A(x)$  sau  $A(x)$ , mulțimea fuzzy  $A$  este complet determinată de perechile  $(x, \mu_A(x))$ .

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad (2)$$

Pornind de la definiția de mai sus a unei mulțimi fuzzy, Zadeh definește numerele fuzzy. Numerele fuzzy sunt entități care permit reprezentarea unor expresii de genul "în jurul lui  $k$ ", "aproape de  $k$ " sau "mult mai mare decât  $k$ ", unde  $k$  este un număr real. Astfel, un număr fuzzy  $A$  este o mulțime fuzzy de numere reale, caracterizată de o funcție apartenență continuă, convexă, normală ( $\exists x \Rightarrow A(x) = 1$ ) și marginită. Printre numerele fuzzy mai des utilizate întâlnim numerele fuzzy exponențiale, triunghiulare și trapezoidale. Clasificarea este determinată de legea de variație a funcției apartenență caracteristică numărului fuzzy considerat. Legile de variație a funcției apartenență caracteristice numerelor fuzzy exponențiale și triunghiulare sunt:

$$A(x) = e^{-\beta(x-k)^2} \quad (3)$$

unde  $A(x)$  este un număr fuzzy exponențial;  $k$  este parametrul din expresia fuzzy "aproape de  $k$ ";  $\beta$  este un parametru care stabilește discriminarea

$$RSC(B/A) = \frac{\sum_{j=1}^N \min(\mu_A(x_j), \mu_B(x_j))}{\sum_{j=1}^N \mu_A(x_j)} \quad x_j \in X \quad (5)$$

Operațiile mai importante care pot fi efectuate asupra mulțimilor fuzzy sunt intersecția și reuniunea. Acestea pot fi considerate ca o extensie a celor utilizate în teoria mulțimilor, unde fiecare punct al spațiului

$$(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\} = A(x) \wedge B(x), \quad \forall x \in X \quad (6)$$

$$(A \cup B)(x) = \max\{A(x), B(x)\} = A(x) \vee B(x), \quad \forall x \in X$$

Dacă  $p$  este o propoziție de genul " $x$  este  $A$ ", iar  $q$  este o propoziție de genul " $y$  este  $B$ ", cu  $A$  și  $B$  mulțimi fuzzy, implicația fuzzy  $A \rightarrow B$  este prin definiție o relație fuzzy între  $A$  și  $B$ .

$$A(x) = \begin{cases} 1 - (a-x)/\alpha & \text{dacă } a - \alpha \leq x \leq a \\ 1 - (x-a) \cdot \beta & \text{dacă } a \leq x \leq a + \beta \\ 0 & \text{în rest} \end{cases} \quad (4)$$

unde  $A(x)$  este un număr fuzzy triunghiular;  $a$  este centrul numărului fuzzy;  $\alpha$  este marginea stângă;  $\beta$  este marginea dreaptă.

Numerele fuzzy trapezoidale reprezentate în figura 1, pot fi definite pe baza legii de variație a numerelor triunghiulare. Ele sunt folosite pentru exprimarea în logică fuzzy a unor enunțuri de genul "aproximativ în intervalul  $[a, b]$ ".

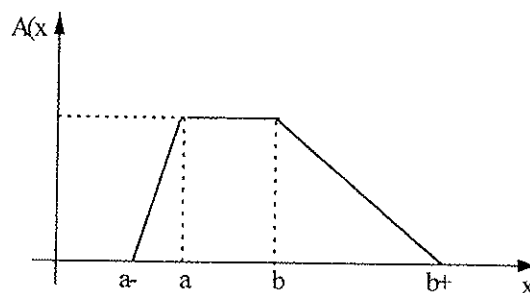


Fig. 1. Număr fuzzy trapezoidal

Dacă  $A$  și  $B$  sunt două submulțimi fuzzy ale mulțimii suport  $X$ , spunem că  $A$  este un subset al lui  $B$ , dacă  $A(x) \leq B(x), \forall x \in X$ . În acest caz, putem determina gradul în care  $A$  este un subset fuzzy al lui  $B$ , cu ajutorul funcției RSC (Relative Sigma Count).

considerat, poate doar să aparțină sau să nu aparțină mulțimii rezultat. Intersecția a două mulțimi fuzzy este definită cu ajutorul operatorului "min", pe când pentru reuniune se folosește operatorul "max":

Fiecare element al implicației  $(A \rightarrow B)(u, v)$  va fi astfel definit de valorile  $A(u)$  și  $B(v)$ , asociate perechii ordonate  $(u, v)$ .

$$(A \rightarrow B)(u, v) = I(A(u), B(v)) = A(u) \rightarrow B(v) \quad (7)$$

Spre deosebire de logica binară, unde operatorului implicație binară i se asociază o tabelă de adevăr unică, în logica fuzzy rezultatul implicației depinde de modelul fuzzy folosit. Este firesc ca rezultatul implicației fuzzy să poată fi calculat în mai multe moduri, întrucât în funcție de experiența expertului care analizează problema, restricțiile aplicate soluțiilor pot fi mai lejere sau mai severe. Definițiile date operatorului implicație în diverse logici fuzzy, sunt:

- Larsen:  $x \rightarrow y = x \cdot y$  (8)
- Lukasiewicz:  $x \rightarrow y = \min\{1, 1 - x + y\}$
- Mamdani:  $x \rightarrow y = \min\{x, y\}$
- Standard strict:  $x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x \leq y \\ 0 & \text{dacă } x > y \end{cases}$
- Gödel:  $x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x \leq y \\ y & \text{dacă } x > y \end{cases}$
- Gaines:  $x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & \text{dacă } x \leq y \\ y/x & \text{dacă } x > y \end{cases}$
- Kleene-Dienes:  $x \rightarrow y = \max\{1 - x, y\}$

Una dintre sarcinile importante care revin proiectantului unui sistem fuzzy real este alegerea logicii fuzzy potrivite scopului urmărit. Spre exemplu, logica Larsen poate fi utilizată în cazul în care implicația fuzzy trebuie să modeleze relația stohastică "si". În multe aplicații este însă utilizată logica Mamdani. Operatorul implicație Mamdani,

$$B'(\omega) = (A' \circ (A \rightarrow B))(\omega) = \sup_{u \in U} \min\{A'(u), (A \rightarrow B)(u, \omega)\} \quad \forall \omega$$

Regula GMP se reduce la clasică regulă Modus Ponens atunci când  $A'=A$  și  $B'=B$ . Ea este strâns legată de metoda directă de inferență utilizată îndeosebi în teoria controlului fuzzy. Dacă în enunțul (10) în loc să cunoaștem pe  $A'$  ca dată de intrare, cunoaștem pe  $B'$ , se obține regula de inferență GMT (Generalized Modus Tollens). Regula, similară clasice metode a inferenței inverse, este foarte mult utilizată în sistemele de diagnoză medicală.

În aplicațiile practice, numărul fuzzy  $A'$  prezentat la intrarea sistemului este de fapt un punct fuzzy (singleton). Funcția de

permite modelarea relației cauzale care există între variabilele fuzzy asupra cărora este aplicat.

## 1.2. Sisteme bazate pe reguli fuzzy

Cea mai importantă regulă de inferență din cadrul teoriei raționamentului aproximativ a lui Zadeh este regula GMP (Generalized Modus Ponens), care extinde în mod natural în logica fuzzy regula clasică de inferență. Modus Ponens este regula care permite determinarea consecinței logice binare atunci când o premisă (ipoteză exprimată sub forma unei implicații binare) și un fapt, sunt cunoscute:

premisă: dacă  $p$  atunci  $q$  (9)

fapt :  $p$

consecință:  $q$

Dacă  $A$  și  $B$  sunt două numere fuzzy și notăm cu "o" operatorul de compunere "sup-min" a unei mulțimi fuzzy cu o relație fuzzy, regula de inferență GMP poate fi enunțată astfel:

premisă: dacă  $x$  este  $A$  atunci  $y$  este  $B$  (10)

fapt:  $x$  este  $A'$

consecință:  $y$  este  $B'$

unde  $B'$  este dat de relația :

apartenență a unui punct fuzzy  $\overline{x_0}$  este egală cu unitatea, doar atunci când valoarea reală  $x_0$  este atinsă (figura 2).

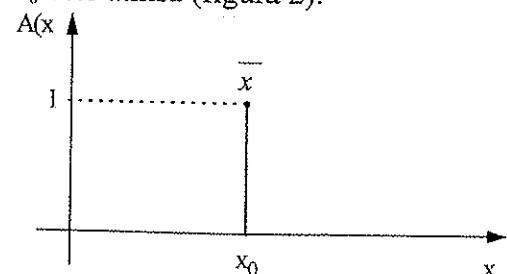


Fig. 2. Punct fuzzy

Calculul funcției apartenență, corespunzătoare consecinței fuzzy din regula de

inferență GMP, devine foarte simplu în astfel de situații. Dacă utilizăm operatorul de implicație definit de Mamdani, atunci

$$B'(\omega) = \sup_u \min\{\bar{x}_0(u), (A \rightarrow B)(u, \omega)\} = \sup_u \min\{\bar{x}_0(u), \min\{A(u), B(\omega)\}\} = \quad (11)$$

$$\min\{\bar{x}_0(x_0) \wedge A_1(x_0), B(\omega)\} = \min\{A_1(x_0), B(\omega)\}, \quad \forall \omega$$

Sistemele fuzzy practice sunt de obicei descrise de o multitudine de premise (reguli fuzzy), care conțin una sau mai multe

consecința inferenței este exprimată de funcția:

ipoteze. În cazul particular al unui sistem fuzzy cu n reguli, formularea (10) devine:

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_1: & \text{dacă } x \text{ este } A_1 \text{ și } y \text{ este } B_1 \text{ atunci } z \text{ este } C_1 \\ \mathcal{R}_2: & \text{dacă } x \text{ este } A_2 \text{ și } y \text{ este } B_2 \text{ atunci } z \text{ este } C_2 \\ & \dots \\ \mathcal{R}_n: & \text{dacă } x \text{ este } A_n \text{ și } y \text{ este } B_n \text{ atunci } z \text{ este } C_n \end{aligned} \quad (12)$$

$x$  este  $\bar{x}_0$  și  $y$  este  $\bar{y}_0$

$z$  este  $C$

În formularea generalizată operatorul “și” este reprezentat de conjuncția fuzzy, operatorul “atunci” este implicația fuzzy, iar agregarea tuturor regulilor fuzzy din sistem se face pe baza reuniunii. Dacă notăm cu

$$C(\omega) = C_1'(\omega) \vee C_2'(\omega) \vee \dots \vee C_n'(\omega) \quad \text{unde}$$

$C_i'(\omega)$  funcția de apartenență corespunzătoare regulii indice  $i$ , atunci când perechea de puncte fuzzy  $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$  este prezentată la intrarea sistemului, rezultatul global este:

$$C_i'(\omega) = [A_i(x_0) \wedge B_i(y_0)] \rightarrow C_i(\omega) \quad (13)$$

În funcție de definiția utilizată pentru operatorii implicați în determinarea funcției de apartenență a rezultatului inferenței, precum și a modului în care ieșirile regulilor individuale sunt obținute, distingem următoarele metode principale de raționament fuzzy: Mamdani, Tsukamoto, Sugeno, Larsen și raționamentul simplificat. În cazul raționamentului Mamdani, operatorii “și” și “atunci” sunt reprezentați de operatorul “min”, pe când reuniunea este implementată

cu ajutorul operatorului “max”. Un caz special îl reprezintă raționamentul simplificat. În cadrul acestui raționament, concluziile specifice fiecărei reguli fuzzy sunt exprimate în mod precis, prin relații de egalitate de tipul  $z_i = c_i$ . Astfel, în urma prezentării la intrarea sistemului a perechii de puncte fuzzy  $(\bar{x}_0, \bar{y}_0)$ , vom obține la ieșire valoarea reală:

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i c_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} \quad i = 1, \dots, n \quad \text{unde} \quad \alpha_i = A_i(x_0) \wedge B_i(y_0) \quad (14)$$

Sistemele fuzzy simplificate prezintă avantajul că nu mai este necesară aplicarea uneia dintre metodele de defuzzy-ficare cunoscute, în vederea transformării

concluziei fuzzy în mărime reală precisă. Transformarea este implicit integrată în legea de variație a ieșirii globale a sistemului.

### 1.3. Controloare fuzzy. Aproximarea funcțiilor continue

Controloarele convenționale studiate în cadrul teoriei controlului automat au drept rol funcțional obținerea unui răspuns prestabilit la ieșirea sistemului controlat. Procesul de menținere a ieșirii sistemului în jurul valorii de referință, în condițiile prezenței zgomotului de intrare și a variației parametrilor sistemului, este denumit proces de reglare. În cadrul acestuia, sistemele de control automat cu buclă inversă, compară mărimea de intrare a sistemului cu mărimea sa de ieșire. Eroarea astfel rezultată este aplicată unui controlor, care la rândul său generează acțiunea de control necesară sistemului reglat.

Spre deosebire de controloarele convenționale, comportamentul dinamic al unui sistem controlat de un controlor fuzzy este caracterizat de un set de reguli lingvistice formulate de un expert. În esență, aceste reguli fuzzy de control permit exprimarea politicii de control și a cunoștințelor din domeniu, într-o manieră foarte simplă. Sistemele de control fuzzy conțin patru componente de bază: interfața fuzzy, dicționarul de reguli fuzzy, mașina de inferență fuzzy și interfața defuzzy. Interfața fuzzy are drept rol transformarea datelor precise de intrare în mulțimi fuzzy. Cel mai adesea este utilizat în acest sens operatorul singleton care transformă un număr real într-un punct fuzzy (figura 3).

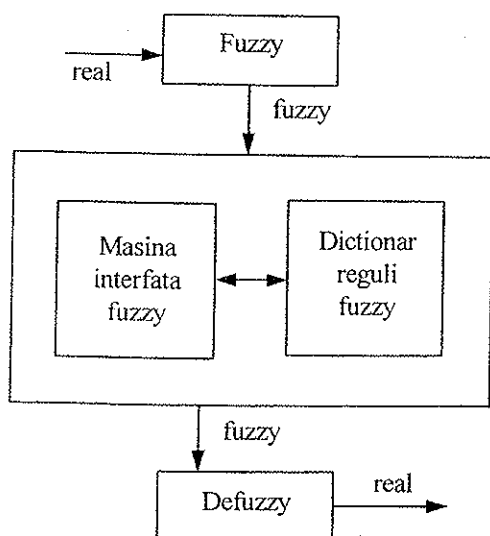


Fig. 3. Controlor fuzzy

Regulile fuzzy recunoscute de sistem sunt memorate de către dicționarul de reguli fuzzy, forma generală a acestor reguli fiind cea prezentată în (12).

Mașina de inferență fuzzy implementează regula de inferență GMP, efectuând în acest sens următoarele operații: determină nivelul de activare  $A_i(x_0) \wedge B_i(y_0)$  al fiecărei reguli fuzzy; calculează ieșirea  $C_i'(\omega)$  a fiecărei reguli fuzzy; reunește ieșirile tuturor regulilor fuzzy în vederea determinării ieșirii globale a sistemului.

Rezultatul de ieșire generat de mașina de inferență este o mulțime fuzzy care specifică distribuția posibilității acțiunii de control. Conversia inversă a mulțimii fuzzy rezultată în acțiunea de control precisă (acțiune non-fuzzy), este realizată de interfața defuzzy. Dintre metodele de conversie din logica fuzzy în domeniul real mai des utilizate, amintim:

- Metoda centrului de gravitație:

$$z_0 = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \cdot C(z_j)}{\sum_{j=1}^n C(z_j)}$$

- Metoda cel mai mic maxim:

$$z_0 = \min \left\{ z \mid C(z) = \max_{\omega} C(\omega) \right\}$$

- Metoda mediei maximelor:

$$z_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_j C(z_j) = \max$$

Cercetările din ultimii ani au evidențiat o proprietate remarcabilă a controloarelor fuzzy, proprietate care demonstrează utilitatea lor în aplicațiile de control automat și de interpolare. Aceasta este proprietatea de *aproximator universal* care poate fi enunțată astfel: dacă  $g$  este o funcție reală continuă pe un interval compact  $U$ , și  $\varepsilon > 0$  este arbitrar ales, atunci există un sistem de control fuzzy având funcția de ieșire  $f$  care satisface inegalitatea:

$$\sup_{x \in U} \|g(x) - f(x)\| \leq \varepsilon \quad (15)$$

Wang a demonstrat în anul 1992 că un sistem de control fuzzy cu funcție de

apartenență exponențială, utilizând drept operator implicație și conjuncție produsul real și care realizează conversia directă real-fuzzy cu ajutorul singleton-ului, respectiv realizează conversia inversă pe baza metodei centrului de gravitație, este un aproximator universal. Același lucru a fost demonstrat în 1995 de Castro și pentru sistemele de control în logică Mamdani care folosesc funcții de appartenență triunghiulare. Operatorii implicație și conjuncție sunt în acest caz reprezentați de către operatorul "min", agregarea regulilor fuzzy în vederea determinării funcției appartenență a rezultatului realizându-se cu ajutorul operatorului "max". Acest ultim rezultat, permite demonstrarea cu ușurință a faptului că și sistemul simplificat de reguli fuzzy care utilizează numere fuzzy triunghiulare în logică Mamdani, este un aproximator universal.

## 2. Fuzzy ARTMAP

Rețeaua neurală Fuzzy ARTMAP face parte din teoria rezonanței adaptive - ART (Adaptive Resonance Theory), teorie dezvoltată începând cu anul 1976 de Stephen Grossberg și Gail Carpenter la Universitatea din Boston. Teoria a fost introdusă în scopul analizării modului în care structurile neurale din interiorul creierului uman, învață în mod rapid și stabil schimbările care au loc în lumea înconjurătoare. Teoria rezonanței adaptive furnizează o soluție la problema menținerii cunoștințelor memorate anterior (problema stabilității), atunci când noțiuni noi trebuie învățate (problema plasticității). Grossberg și Carpenter au dezvoltat în cadrul teoriei atât rețele neurale nesupervizate (ART1 [2,4], ART2 [3], ART3 [6], Fuzzy ART [7]), cât și rețele supervizate. Rețelele supervizate denumite de autori și rețele ART predictive, sunt capabile să genereze vectorul m-dimensional  $\bar{b}$ , cel mai probabil atunci când la intrarea rețelei este aplicat un vector n-dimensional  $\bar{a}$ . Capacitatea de predicție este dezvoltată prin

învățarea mapei definite de perechile ordonate de vectori  $\{a^{(p)}, b^{(p)}\}$ , prezentați în mod secvențial rețelei neurale în faza de instruire. Prima rețea supervizată concepută de Carpenter și Grossberg a fost rețeaua ARTMAP [5]. Aceasta permitea învățarea supervizată a vectorilor binari și oferea în plus față de clasică rețea MLP și algoritmul Back-Propagation, posibilitatea autoorganizării și autostabilizării în timp real.

În 1992, Carpenter, Grossberg și Reynolds au introdus în teoria rezonanței adaptive rețeaua Fuzzy ARTMAP [8], o rețea ce combină logica fuzzy cu structurile ART predictive. Rețeaua Fuzzy ARTMAP constă din două rețele Fuzzy ART interconectate prin intermediul unei memorii asociative, denumită MapField (figura 4).

Componentele scalare ale vectorilor de intrare și de ieșire recepționați de cele două module Fuzzy ART pot lua valori în intervalul [0,1], permițând astfel maparea atât a vectorilor binari, cât și a celor analogici. Pe parcursul învățării supervizate, modulul  $ART_a$  va recepționa un șir de vectori de intrare  $\{\bar{a}_i\}$ , iar modulul  $ART_b$  va recepționa șirul țintă asociat  $\{\bar{b}_i\}$ . Vectorii de intrare și vectorii țintă sunt inițial preprocesați în vederea adăugării componentelor complementare. În urma preprocesării vectorii  $\bar{a}$  și  $\bar{b}$  vor fi transformați în vectorii  $\bar{A} = (\bar{a}, 1 - \bar{a})$  și  $\bar{B} = (\bar{b}, 1 - \bar{b})$ .

Complementarea vectorilor de intrare și a vectorilor țintă, permite evitarea erorilor care apar atunci când exemplul de intrare  $\bar{a}$  este un subset fuzzy al prototipului activ din modulul  $ART_a$ , iar predicția învățată pentru acest prototip, nu este cea corectă [8].

Memoria asociativă  $F_{ab}$  (MapField) este accesată ori de câte ori există un prototip activ în modulul  $ART_a$  sau în modulul  $ART_b$ .

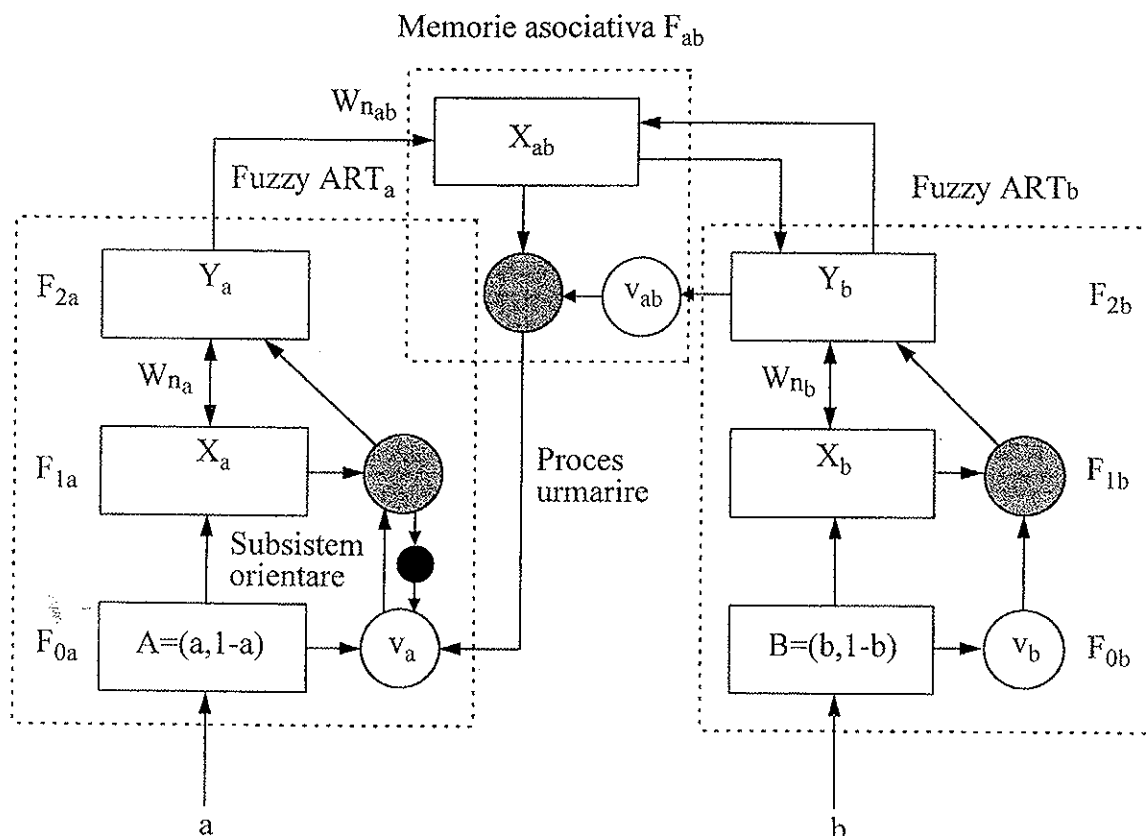


Fig. 4. Fuzzy ARTMAP

Dacă ambele module  $ART_a$  și  $ART_b$  sunt active, memoria asociativă  $F_{ab}$  va învăța asociația  $ART_a \rightarrow ART_b$  existentă. Ieșirea memoriei asociative va fi egală cu conjuncția fuzzy dintre vectorul de ieșire  $\bar{Y}_b$  al modului  $ART_b$  și vectorul  $\bar{W}_{ab}^J$  asociat liniei  $J$  a memoriei (indexul  $J$  corespunde nodului  $ART_a$  activ). Dacă este activ, însă, numai modulul  $ART_a$  memoria asociativă va genera la ieșire vectorul predicție învățat ( $\bar{X}_{ab} = \bar{W}_{ab}^J$ ). În mod similar, dacă modulul  $ART_b$  este activ la ieșire, vom obține vectorul  $\bar{Y}_b$ . Când nici unul dintre cele două module Fuzzy ART nu este activ și deci nu există prototipuri active, ieșirea memoriei asociative este egală cu zero.

Algoritmul de învățare a rețelei neurale Fuzzy ARTMAP se bazează pe determinarea, în cadrul fiecărei iterații, a valorii funcțiilor  $T$  (choice function) și  $M$  (match function). În definiția acestor două funcții este utilizată funcția RSC (Relative Sigma Count), funcție care permite măsurarea gradului în care un număr fuzzy  $A$  este un

subset al numărului fuzzy  $B$  (5). Funcția RSC este practic folosită atât în procesul de propagare directă jos-sus a activității nodurilor de intrare din stratul  $F_1$ , cât și în stabilirea învingătorului din stratul  $F_2$ , pe baza strategiei "winner-take-all". Expresiile funcțiilor  $T$  și  $M$  sunt:

$$T_n(\bar{I}) = \frac{|\min(\bar{I}, \bar{W}_n)|}{\alpha + |\bar{W}_n|}$$

$$M(\bar{I}, \bar{W}_n) = \frac{|\min(\bar{I}, \bar{W}_n)|}{|\bar{I}|} \quad (16)$$

$$\text{unde } |\bar{X}| = \sum_{i=1}^N |x_i|$$

În faza de instruire a rețelei Fuzzy ARTMAP, ponderile tuturor celor trei module componente vor fi actualizate. Pentru instruirea modului  $ART_b$ , este folosit clasicul algoritm de învățare al rețelelor neurale Fuzzy ART, prezentat pe scurt în continuare:

1° Prezintă stratului  $F_0$  vectorul de intrare  $\bar{I}$  și calculează ieșirea inițială a stratului  $F_1$ :

$$\bar{X} = \bar{I}$$

2° Calculează valoarea funcției  $T$  pentru toate nodurile din stratul  $F_2$ :

$$T_n(\bar{I}) = \frac{|\min(\bar{I}, \bar{W}_n)|}{\alpha + |\bar{W}_n|}$$

3° Alege nodul cu  $T_n(\bar{I})$  maxim:

$$T_{\max} \equiv \max(T_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

4° Determină ieșirea stratului  $F_2$  conform strategiei "winner-take-all":

$$(Y_n \equiv 1) \wedge (Y_{i \neq n} \equiv 0) \Leftrightarrow T_n = T_{\max}$$

5° Propagă înapoi spre intrare vectorul de ieșire al rețelei și calculează noua ieșire a stratului  $F_1$  pe baza conjuncției fuzzy:

$$X = \min(\bar{I}, \bar{W}_n)$$

6° Calculează valoarea funcției  $M$  pentru nodul activ în vederea verificării condiției de reset sau rezonanță:

$$M(\bar{I}, \bar{W}_n) = \frac{|\min(\bar{I}, \bar{W}_n)|}{|\bar{I}|} = \frac{|\bar{X}|}{|\bar{I}|}$$

7° Dacă condiția de rezonanță nu este satisfăcută, resetează nodul și alege următorul nod în ordine descrescătoare (salt la pasul 3):

$$M(\bar{I}, \bar{W}_n) < \rho \Rightarrow T_n(\bar{I}) = 0$$

8° Dacă condiția de rezonanță este satisfăcută, modifică ponderile asociate nodului activ:

$$M(\bar{I}, \bar{W}_n) \geq \rho \Rightarrow \bar{W}_n' = \beta \cdot \min(\bar{I}, \bar{W}_n) + (1 - \beta) \cdot \bar{W}_n$$

Pentru instruirea modulului  $ART_a$ , algoritmul conține modificări referitoare la modul de actualizare a parametrului vigilență  $\rho$ , în situația în care modulul  $F_{ab}$  generează un semnal de reset. Semnalul de reset al modulului  $ART_a$  este generat în situația în care memoria asociativă  $F_{ab}$  indică o neconcordanță între vectorul  $\bar{Y}_b$  prescris de  $ART_b$  și vectorul  $\bar{W}_{ab}^J$  asociat nodului  $ART_a$  activ (match tracking). Un alt caz posibil de generare a semnalului de reset este cel în care funcția  $M$  asociată nodului activ, nu satisface condiția de rezonanță. Acest caz de apariție a semnalului de reset este cel normal și nu implică modificarea parametrului vigilență (vigilență statică). La declanșarea procesului

de urmărire (match tracking), parametrul vigilență este modificat conform relației:

$$\rho'_a = \frac{|\min(\bar{I}, \bar{W}_n)|}{|\bar{I}|} + \delta \quad (17)$$

unde  $\rho'_a$  este parametrul vigilență dinamică a modulului  $ART_a$ ;  $\delta$  este o constantă apropiată de zero;  $\bar{I}$  este vectorul de intrare;  $\bar{W}_n$  este vectorul ponderilor legăturilor care unesc neuronii de intrare cu neuronul activ de ieșire.

Noua valoare a parametrului vigilență  $\rho'_a$  determină resetarea nodului  $ART_a$  activ și începerea unui nou ciclu de căutare (pasul 3 al algoritmului de învățare Fuzzy ART). Dacă la sfârșitul ciclului de căutare există un nod care satisface condiția de rezonanță exprimată în pasul 8 al algoritmului, ponderile  $\bar{W}_n$  ale aceluia nod, vor fi actualizate. În caz contrar, un nou nod  $ART_a$  va fi generat. După terminarea procesului de urmărire, vigilența modulului  $ART_a$  va reveni la valoarea sa statică precizată în momentul definirii rețelei Fuzzy ARTMAP.

Procesul de instruire a rețelei Fuzzy ARTMAP este declanșat prin aplicarea perechii de vectori  $(\bar{a}, \bar{b})$  care urmează a fi învățați la intrările modulelor  $ART_a$  și  $ART_b$ .

Cele două rețele Fuzzy ART vor căuta fiecare să găsească clusterul cel mai apropiat de vectorul de intrare care satisface condiția de vigilență. În această primă etapă, pentru rețeaua  $ART_a$  este utilizată valoarea de bază a vigilenței (vigilență statică). Dacă în urma procesului de urmărire este găsită o asociație validă între nodul  $ART_a$  activ și nodul  $ART_b$  activ (criteriul de vigilență de la nivelul modulului  $F_{ab}$  este respectat), numai acea asociație va fi actualizată. În acest fel, vectorul de la ieșirea modulului  $F_{ab}$  va coincide cu cel generat de modulul  $ART_b$ . Actualizarea ponderilor modulului  $ART_a$  va conduce la sensibilizarea rețelei Fuzzy ARTMAP față de vectori asemănători (în sens fuzzy) vectorului  $\bar{a}$  aplicat. Dacă în urma procesului de urmărire nici un nod  $ART_a$  nu a fost capabil să învingă celelalte



noduri, vor fi generate un nou nod  $ART_a$  și o nouă asociație în memoria asociativă  $F_{ab}$ . Asociația generată în memoria  $F_{ab}$ , corespunde unei noi linii adăugate în acest tablou. Algoritmul de învățare Fuzzy ARTMAP permite dezvoltarea de suprafețe de decizie disjuncte, suprafețe care conferă rețelei capacitatea de a recunoaște exemple care nu sunt liniar separabile [8]. Rețelele Fuzzy ARTMAP pot învăța să mapeze vectorii prezenți chiar și după o singură parcurgere a setului de date. Procesul de urmărire (match tracking) asigură, în acest sens, un feedback local, suficient pentru generarea continuă de hipersuprafețe de decizie. Această proprietate remarcabilă justifică utilitatea acestui tip de rețele neurale în cadrul sistemelor hibride NN-HMM de recunoaștere a vorbirii.

### Bibliografie

- [1] J.J. Buckley and Y. Hayashi, "Neural Nets for Fuzzy Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, pp. 265-276, 1995.
- [2] G.A. Carpenter and S. Grossberg, "A Massively Parallel Architecture for a Self-Organizing Neural Pattern Recognition Machine", *Computer Vision Graphics and Image Processing*, vol. 37, pp. 54-115, 1987.
- [3] G.A. Carpenter and S. Grossberg, "ART2: Self-Organization of Stable Category Recognition Codes for Analog Input Patterns", *Applied Optics*, pp. 4919-4930, 1987.
- [4] G.A. Carpenter, "Neural Network Models for Pattern Recognition and Associative Memory", *Pattern Recognition by Self-Organizing Neural Networks*, pp. 1-33, MIT Press, 1989.
- [5] G.A. Carpenter, S. Grossberg and J.H. Reynolds, "ARTMAP: Supervised Real-Time Learning and Classification of Nonstationary Data by a Self-Organizing Neural Network", *Pattern Recognition by Self-Organizing Neural Networks*, pp. 501-544, MIT Press, 1989.
- [6] G.A. Carpenter and S. Grossberg, "ART3: Hierarchical Search Using Chemical Transmitters in Self-Organizing Pattern Recognition Architectures", *Neural Networks*, vol. 3, pp. 129-152, 1990.
- [7] G.A. Carpenter, S. Grossberg and D.B. Rosen, "Fuzzy ART: Fast Stable Learning and Categorization of Analog Patterns by an Adaptive Resonance System", *Neural Networks*, vol. 4, pp. 759-771, 1991.
- [8] G.A. Carpenter, S. Grossberg, J.H. Reynolds, N. Markuzon and D.B. Rosen, "Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Supervised Learning of Analog Multidimensional Maps", *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 3, pp. 698-713, 1992.
- [9] P. Haffner, "α-β-TDNN Implement Fuzzy Connectionist Time Alignment in Speech Recognition", *Proc. of International Conference on Artificial Neural Networks*, pp. 377-382, Netherlands, 1993.
- [10] L.A. Zadeh, "Fuzzy Logic", *IEEE Computer*, pp. 83-93, 1988.