

Comportamentul agentilor pe piata în perspectiva construirii modelelor bazate pe agenti

Prof.dr. Emil SCARLAT, conf.dr. Virginia MARACINE
Catedra de Cibernetica Economica, A.S.E. Bucuresti

In the perspective of the Agent-Based-Models (ABM) introductions, studying the market mechanisms and economic agent's behavior on the different markets (with complete information, with incomplete information, with uncertain information or even without information) becomes very important.

After we've approached the problem of the agents' behavior on the markets at equilibrium, we will introduce now different hypothesis regarding the informational content of the markets and we will present different algorithms which describes the agents' behaviors on these markets. In essence, we deal with two categories of such algorithms: the price tatonement algorithm, and the quantities tatonement algorithm.

Keywords: agent's behavior, uncertain information market, price tatonement algorithm, quantities tatonement algorithm.

1 Comportamentul agentilor pe pietele cu informatie completa

Vom studia, pentru început, comportamentul strategic al unui agent astfel încât acesta să obțină o maximizare a utilității / profitului său, atunci când ia în considerare comportamentul competitiv al celorlalți agenți de pe piață. Determinarea celui mai mare câștig posibil al agentului speculator necesită rezolvarea unei probleme de maximizare pentru vectorul prețurilor p . Totuși, faptul că agentul speculator nu controlează direct acest vector, și aceasta deoarece prețurile sunt afectate la fel de mult și de alte decizii de cerere și ofertă în exces, face specularea optimă mult mai dificilă. În particular, speculatorul este capabil doar să-și controleze propria sa cerere (sau ofertă) revelată pe piață. Totuși, speculatorul va putea să-și aleagă z_s astfel încât să orienteze piața către vectorul sau dorit al prețurilor, p^* . Cu alte cuvinte, strategia cea mai bună a unui agent este să declare funcții de cerere în exces astfel încât piața să convergă către ceea ce este optim pentru el. Mai precis, când informația perfectă este disponibilă, cea mai bună strategie pentru un agent – chiar dacă și alți agenți nu acționează competitiv și unii dintre ei sunt producători – este să declare o funcție în exces cu proprietatea:

$$\underline{z}_{sg}(p^*) = -\underline{z}_g^n(p^*) \quad (1)$$

pentru fiecare produs g și care are o formă astfel încât algoritmul particular de cautare a echilibrului de piață converge către p^* . Dacă există un algoritm de ajustare a pietei care garantează determinarea echilibrului, agentul speculator poate pur și simplu să folosească o strategie $\underline{z}_s(p)$ care satisface:

$$\begin{aligned} \underline{z}_{sg}(p') &= -\underline{z}_g^n(p') \quad \text{și} \\ \underline{z}_{sg}(p) &\neq -\underline{z}_g^n(p') \quad \text{dacă } p \neq p^* \end{aligned} \quad (2)$$

pentru a obține rezultatul cel mai dorit de el, p^* . Astfel de algoritmi care garantează determinarea unui echilibru (aproximativ) au dat Scarf (1967), Kehoe (1991) și Ellickson (1993).

Totuși, mulți algoritmi de ajustare a prețului de piață, cum ar fi cel de tatonare (vezi paragraful următor) utilizează scheme iterative pentru atingerea echilibrului. În cadrul acestor scheme, anumite funcții de cerere (ofertă) în exces speculative, $\underline{z}_s(p)$ conduc la algoritmul care converge către p^* , în timp ce altele pot determina ca algoritmul să nu fie convergent chiar dacă $\underline{z}_s(p)$ satisface (1). În continuare, vom prezenta convergența unei piete către soluția dorită de agentul speculator. În particu-

lar, vom analiza ce conditii trebuie sa satisfaca functia de cerere (oferta) în exces a speculatorului pentru ca piata sa converga catre echilibru.

1.1 Cazul unei pieti cu doua marfuri

Având calculata deja solutia speculativa optimala p_1^* , dorim sa descriem comportamentul strategic conducând la aceasta solutie în conditiile utilizarii unui mecanism de piata oarecare.

Înainte de aceasta, vom utiliza notatia $df(x)/dx_i$ pentru a desemna o modificare a functiei f determinata de o modificare infinitesimala a lui x_i . Evident ca $df(x)/dx_i \leq 0$ daca $f(x)$ este necrescatoare în raport cu x_i si $df(x)/dx_i \geq 0$ daca $f(x)$ este nedescrescatoare în raport cu x_i .

Daca p_1 a fost stabilit cu ajutorul unui algoritm a carui singura cerinta pentru a determina echilibrul este $d\underline{z}_1(p_1)/dp_1 \leq 0$, avem atunci ca $d\underline{z}_1(p_1)/dp_1 \leq 0$ (deci cererea în exces pe o piata fara agenti speculatori nu trebuie sa mai creasca odata cu cresterea pretului), iar daca:

$$\begin{aligned} \underline{z}_{s1}(p_1^*) &= -\underline{z}_1^n(p_1^*) \text{ si} \\ d\underline{z}_{s1}(p_1^*)/dp_1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\underline{z}_{s1}(p_1) = -\underline{z}_1^n(p_1) = \begin{cases} C & , p_1 < \overline{p}_1^* - e \\ C - (p_1 - \overline{p}_1^* - e) \frac{C}{e} & , \overline{p}_1^* - e \leq p_1 \leq \overline{p}_1^* + e \\ -C & , p_1 > \overline{p}_1^* + e \end{cases} \quad (5)$$

unde $\overline{p}_1^*$ este estimatia perfecta a speculatorului privind p_1^* , C este o constanta pozitiva mare si e este o constanta pozitiva mica.

Deci, alegând un C suficient de mare si un e suficient de mic, pretul de golire a pietei va ajunge arbitrar de aproape de $\overline{p}_1^*$.

1.2 Pieti cu marfuri substituibile multiple

Rationamentul anterior poate fi usor extins la o piata cu mai mult de doua marfuri.

atunci exista o singura solutie, $p_1 = p_1^*$ si aceasta solutie va fi determinata de algoritm.

Un exemplu de astfel de algoritm de piata cu conditia de convergenta catre p_1^* îndeplinita este *algoritmul de cautare binara* care este efectuata dupa unul dintre preturi (celalalt fiind fixat, de exemplu la 1, fara pierdere de generalitate). Schema de ajustare a pietei Walras utilizeaza acest algoritm.

S-a aratat ca strategii simple de revelare a cererii în exces exista pentru speculatorul care garanteaza ca un echilibru va fi atins (deci unde câștigul maxim al speculatorului se materializeaza). De exemplu, s-a demonstrat ca doua tipuri clasice de licitatii satisfac ecuatia (3): licitatie cantitatii Cournot si licitatie pretului Bertrand.

Licitatie Cournot este data de:

$$\underline{z}_{s1}(p_1) = -\underline{z}_1^n(p_1^*) \quad (4)$$

unde $\underline{z}_1^n(p_1^*)$ este estimatia (perfecta) a agentului speculator s asupra lui $\underline{z}_1^n(p_1^*)$.

Licitatie Bertrand poate fi aproximata de:

Daca p poate fi stabilit printr-un algoritm de ajustare a pietei a carui singura cerinta privind determinarea echilibrului sunt:

$$d\underline{z}_i(p)/dp_i < 0 \text{ si } d\underline{z}_i(p)/dp_j \geq 0, i \neq j$$

(de exemplu algoritmul de ajustare Walras sau algoritmul de tatonare a preturilor), si avem ca:

$$d\underline{z}_i^n(p)/dp_i < 0 \text{ si } d\underline{z}_i^n(p)/dp_j \geq 0, i \neq j$$

atunci ecuatia (3) poate fi generalizata ca:

$$\begin{aligned} \underline{z}_{sg}(p^*) &= -z_g^n(p) \\ d\underline{z}_{sg}(p)/dp_g &\leq 0 \\ d\underline{z}_{sg}(p)/dp_g &\geq 0, g \neq h \end{aligned} \quad (6)$$

Din nou, urmatoarele strategii simple de licitatie satisfac aceste conditii:

$$\underline{z}_{sg}(p_g) = -z_g^n(p_g^*) \quad (7)$$

sau

$$\underline{z}_{sg}(p_g) = \begin{cases} C & , p_g < \bar{p}_g^* - e \\ C - (p_g - e) \frac{C}{e}, & \bar{p}_g^* - e < p_g < \bar{p}_g^* + e \\ -C & , p_g > \bar{p}_g^* + e \end{cases} \quad (8)$$

Aceasta înseamna ca solutia optimala a problemei de maxim pe care trebuie sa o rezolve speculatorul este triviala daca el cunoaste celelalte decizii de cerere (oferta) în exces ale celorlalti agenti de pe piata si daca piata va satisface conditia de convergenta (6) când agentul speculator nu este prezent pe piata. Pentru a construi functia sa de cerere în exces optimala, speculatorul nu trebuie sa cunoasca complet celelalte functii de cerere în exces. El are nevoie sa stie doar deciziile de cerere (oferta) în exces agregate pentru o valoare particulara a preturilor, p^* , catre care agentul speculator doreste sa conduca piata.

1.3 Cazul general

Multi algoritmi de ajustare a preturilor garanteaza determinarea unui pret de echilibru $\hat{p}$, daca:

$z(\hat{p}) = 0$ (9) si $\hat{p}z(\hat{p}) > 0, \forall p$ care nu este proportional cu $\hat{p}$.

Aceasta conditie este mai slaba decât cea stabilita în conditiile pietelor cu produse substituibile multiple. Conditia de proportionalitate nu mai este necesara daca impunem conditia ca unul dintre preturi sa fie fixat, de exemplu $p_k = 1$, ceea ce nu reduce generalitatea deoarece, în orice caz, preturile sunt relative.

Spunem ca ecuatia (9) constituie o conditie suficienta de convergenta pentru algoritmul respectiv.

Acum, agentul speculator poate dirija piata catre pretul p^* care îi maximizeaza câsti-

gul, utilizând o strategie $\underline{z}_s(p)$ care satisface:

$$\begin{aligned} \underline{z}_s(p^*) &= -\underline{z}^n(p^*) \\ p^*[\underline{z}_s(p) + \underline{z}^n(p)] &> 0 \text{ pentru } \forall p \neq p^* \end{aligned} \quad (10)$$

Sa dam, în continuare, o conditie simpla (dar mult mai stricta) care garanteaza ca ecuatia (10) este satisfacuta:

Propozitia 1: Presupunem ca algoritmul de ajustare a pietei catre echilibru converge daca ecuatia (9) are loc. Presupunem, de asemenea, ca:

$$\begin{aligned} \underline{z}^n(p^{n*}) &= 0, \text{ si} \\ p^{n*} \underline{z}^n(p) &> 0 \text{ pentru } \forall p \neq p^{n*} \end{aligned} \quad (11)$$

(Cu alte cuvinte, daca agentul speculator nu participa la piata, aceasta va avea un pret de golire a pietelor p^{n*} si piata îl va atinge). Atunci, speculatorul poate sa dirijeze piata catre pretul p^* care maximizeaza câstigul sau utilizând o strategie $\underline{z}_s(p)$ care satisface relatiile:

$$\begin{aligned} \underline{z}_s(p^*) &= -\underline{z}^n(p) \text{ si} \\ p^* \underline{z}_s(p) &> (p^{n*} - p^*) \underline{z}^n(p), \text{ pentru } \forall p \neq p^* \end{aligned} \quad (12)$$

Simplitatea conditiilor (10) sau (12) face speculatia optimala usoara când speculatorul cunoaste functia de cerere în exces agregata a celorlalti agenti si, odata ce speculatorul a determinat pretul p^* , el doreste sa dirijeze piata catre acesta.

Totusi, strategiile de speculare în licitatii extrem de simple care erau adecvate în cazul pietelor cu produse substituibile multiple nu mai satisfac, în general, inegalitatile din conditiile (10) si (12). Acest lucru nu trebuie sa surprinda: când exista mai multa informatie structurala încorporata în functiile de cerere în exces, cum este cazul pietelor cu produse substituibile, speculatorul se poate folosi de aceasta informatie, utilizând strategii mai simple.

În general, o piata poate avea echilibre multiple si agentul speculator ar trebui sa fie sigur ca piata converge catre unul dintre aceste puncte de echilibru, care îi maximizeaza câstigul sau si nu catre altele. Pe pietele care satisfac conditia de substituibilitate

cu speculator inclus, acest lucru nu este o problema deoarece astfel de pietele pot avea cel mult un punct de echilibru.

Totusi, în cazuri mai generale, agentul speculator ar trebui sa fie sigur ca strategia sa,

$\underline{z}_s(p)$ satisface $\underline{z}_s(p) = -\underline{z}^n(p)$ doar pentru acel(acei) vector(i) al(i) pretului catre care el vrea ca piata sa converga.

2. Comportamentul agentilor pe pietele cu informatie incompleta

În continuare, sa aratam ce impact au incertitudinea si informatia incompleta asupra strategiei agentilor speculatori. Mai sus, forma functiei de exces ce era aleasa de agenti pe pietele cu informatie completa nu avea importanta atât timp cât erau îndeplinite conditiile (10) sau (12). Totusi, daca agentul nu poate estima $\underline{z}_g^n$ perfect, rezultatele sale vor depinde de forma functiei alese.

2.1 Convergenta catre echilibrul de piata în conditiile informatiei incomplete

Independent de modul în care este aleasa functia $\underline{z}_{sg}$, rezultatele posibile pe piata pot fi calculate rezolvând una dintre problemele agentului speculator (consumator sau producator). Daca nu exista o solutie a acestora, o analiza a algoritmului de piata este necesara pentru a determina cum poate fi atinsa una.

Criteriile de convergenta în cazul informatiei incomplete sunt, desigur, aceleasi ca si în cazul informatiei complete, deci criteriile introduse în paragraful anterior pot fi considerate înca valide. În cazul cererii monoton descrescatoare si substituibilitatii brute, incertitudinea nu are efecte asupra convergentei: daca cererea speculatorului este monoton descrescatoare (si produsele sunt substituibile brut în cazul unei pieti cu mai multe bunuri) în functie de informatia imperfecta privind deciziile altor agenti, ei vor avea, desigur, tot o cerere descrescatoare, indiferent de eroarea de estimare privind celelalte cereri ale agentilor (eroare ce apare datorita informatiei imperfecte). Asadar, în ipoteza ca alti agenti sa-

tisfac cerintele de cerere monoton descrescatoare si substituibilitate bruta si ca agentii speculatori îndeplinesc conditiile (6), echilibrul de piata va fi atins în aceleasi conditii ca si la pietele cu informatie completa (perfecta).

În cazul unor pieti cu produse multiple, totusi, lucrurile sunt mai complicate. Informatia imperfecta poate determina agentul speculator sa creeze o cerere care conduce la neconvergenta pietei catre echilibru.

Se poate arata ca daca agentul speculator utilizeaza informatie distorsionata pentru a construi o functie a cererii speculative, atunci piata nu converge la echilibru, iar daca agentul speculator nu apare pe piata, aceasta converge catre echilibru.

2.2 Cazul informatiei incerte

Informatia imperfecta (incerta) despre deciziile altor agenti poate lua multe forme. Pot fi puse în evidenta doua cazuri mai importante:

- i. agentul speculator are convingeri distorsionate (deci el nu este conștient ca informatia sa este imperfecta); si
- ii. agentul speculator dispune de o distributie de probabilitate privind parametrii relevanti ai deciziilor de piata ale altor agenti.

Ambele cazuri conduc la dificultati matematice aproape insurmontabile. De aceea, de multe ori se prefera o metoda pragmatica de alegere a unei functii de cerere.

Pare rezonabil, în aceasta privinta, sa se presupuna ca, pe multe pieti reale, un agent detine o estimatie, chiar si aproximativa, a proprietatilor agregate ale celorlalti agenti si are un anumit sentiment privind riscul ce si-l asuma atunci când face speculatii. În aceste conditii, nu este imposibil ca agentul respectiv sa-si estimeze o functie a cererii care poate fi modificata în functie de diferite nivele de speculatie si risc.

O astfel de procedura corespunde situatiilor practice si poate servi ca o baza pentru un agent în a învăta cum se comporta competitorii sai în cautarea unui echilibru.

Pare a avea sens ca cu cât obtine mai multa informatie prin învățare, agentul poate specula și-si asuma un risc mai mare, deci si poate câștiga mai mult.

Acest lucru poate fi masurat prin parametrii de ajustare ai unei functii de cerere empirica, dependenta de cererea competitiva – deci acea cerere care este determinata de agent când are informatie extrem de limitata despre competitorii sai.

Se introduce un factor de speculatie de forma: $g_g = 1 - (1 - g_g^0) e^{-\beta(\bar{p}_s - p_s)^2}$ (13)

unde β este factorul de risc iar g_g^0 este un parametru al nivelului de speculatie.

Functia de cerere poate fi atunci scrisa ca:

$$g_g^0 \in \left[\min \left(\frac{-Z_g^n(p^*)}{Z_{sg}(p^*)}, 1 \right), \max \left(\frac{-Z_g^n(p^*)}{Z_{sg}(p^*)}, 1 \right) \right] \text{ si } b \geq 0. \quad (15)$$

Deci, pentru fiecare pret, cererea revelata ar trebui sa fie cuprinsa între cererea competitiva si cererea optimala (estimata) iar distanta dintre cererea competitiva si cererea revelata ar trebui sa descreasca daca creste distanta dintre pretul curent de golire a pietei si pretul de golire estimat.

3. Mecanisme de reglare (ajustare) a pietei

Principalul motiv al introducerii conceptului de mecanism pe piata este acela ca agentii pot gasi împreuna o solutie eficienta care ia în considerare echilibrul între agenti si faptul ca valorile diferitelor bunuri la nivelul unui singur agent pot fi independente, fara sa fie nevoie de centralizarea tuturor informatiilor si a controlului pietei.

Exista multi algoritmi care pot fi utilizati pentru cautarea unui echilibru, având diferite nivele de descentralizare. În continuare, vom prezenta câțiva algoritmi de ajustare a pietei grupati în doua mari categorii: *algoritmi de tatonare a pretului* si, respectiv, *algoritmi de tatonare a cantitatii*.

3.1 Algoritmi de tatonare a pretului

Algoritmii din aceasta clasa încearca sa modifice pretul de piata $p(t)$ pentru a obti-

$$Z_{sg}(p) = g_g \cdot Z_g(p) \quad (14)$$

unde $Z_g(p)$ este functia de cerere rezultata din comportamentul competitiv al agentilor. Daca $g_g^0 = 0$ sau $b \rightarrow \infty$ se obtine, dupa cum se observa, comportamentul competitiv.

Se poate arata ca nivelul de speculatie este redus daca pretul pietei este departe de pretul optimal asteptat $\bar{p}^*$ si tinde catre g_g^0 atunci când pretul tinde catre $\bar{p}^*$.

Într-un mod rezonabil, g_g^0 poate fi ales astfel încât:

ne prin aceasta modificari de cantitati cerute si/sau oferite astfel încât piata sa converge catre echilibru. Relatia fundamentala care sta la baza acestor algoritmi este asa-numita relatie de tatonare a pretului (Walras). Aceasta are forma generala:

$$\frac{d p_g}{dt} = l_g [Z_g(p(t))]; \quad l_g > 0 \quad (16)$$

unde p_g este pretul de piata al produsului g iar $Z_g(p)$ reprezinta functia de cerere în exces pentru produsul g . l_g este coeficientul de ajustare al pietei.

Relatia (16) descrie o metoda de cautare de tipul celei mai rapide coborâri. În esenta, mecanismul este iterativ, productia si consumul aparând dupa ce procesul s-a terminat. La fiecare iteratie, multimea coordonatorului este un vector al preturilor. Toti agentii trebuie sa declare un vector cuprinzând cantitatile pe care ei doresc sa le cumpere sau sa le vânda dintr-un produs pentru pretul actual de pe piata. Pe baza acestei informatii, coordonatorul actualizeaza vectorul preturilor si trece la o noua iteratie.

Este clar ca daca nu exista echilibru nici un algoritm nu-l poate determina. Mai mult, algoritmul de tatonare a preturilor poate sa

esueze în gasirea unui echilibru chiar daca acest echilibru exista.

Totusi, se poate da o conditie suficienta care garanteaza ca un echilibru este determinat daca el exista. Avem astfel:

Propozitia 2 (Convergenta). Algoritmul de tatonare a pretului de baza converge la un echilibru daca:

$$p^* \sum_{i=1}^k z_i(p) > 0 \quad (17)$$

pentru orice p care nu este proportional cu vectorul pretului de golire a pietei, p^* .

Algoritmul de ajustare a pretului (de baza) în acest caz este urmatorul:

• **Algoritmul pentru coordonatorul pretului:**

$p_g = 1$ pentru toti $g \in [1, \dots, k]$

Se ia l_g pozitiv pentru toti $g \in [1, \dots, k]$

Repetă

Se comunica p la toti agentii

Se primește un vector al cererii nete z_i de la fiecare agent i

Pentru $g = 1, \dots, k-1$, $p_g = p_g + l_g \sum_i z_{ig}$

pâna când $\left| \sum_i z_{ig} \right| < \epsilon$ pentru toti $g \in [1, \dots, k]$

Se informează toti agentii ca un echilibru a fost atins

• **Algoritmul pentru agentul i**

Repetă

Primește p de la coordonator

Anunța coordonatorului un vector al cererii $z_i \in R_+^{k-1}$ reprezentând dorinta de a cumpara (sau vinde) a agentului

pâna când este informat ca un echilibru a fost atins

Schimba produsele si consuma (sau produce)

Strict vorbind, convergenta garanteaza doar obtinerea solutiei în varianta continua în care preturile sunt ajustate conform relatiei:

$$\frac{d p_g}{dt} = l_g \sum_i z_{ig}(p) \quad (18)$$

si nu în varianta mai realista a formarii discrete a pretului:

$$p_g(t+1) = p_g(t) + l_g \sum_i z_{ig}(p(t)) \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

Totusi, chiar si varianta discreta poate sa converga catre echilibru în conditiile substituibilitatii brute, cât timp multiplicatorul l_g este ales suficient de mic. Exista anumite metode de alegere ale lui l_g astfel

fel încât algoritmul sa nu “sara” peste punctul de echilibru si nici sa nu fie prea lent.

O varianta a acestui algoritm, denumita *algoritmul backtracking*, s-a dovedit mai adecvata situatiilor practice. Astfel, se modifica linia corespunzatoare alegerii lui l_g din algoritmul de tatonare dupa cum urmeaza:

Se ia $l_g = 1$ pentru toti $g \in [1, \dots, k]$

Apoi se înlocuieste linia privind determinarea noului pret p_g cu algoritmul backtracking dat mai jos. În acest algoritm, r reprezinta iteratia curenta.

Algoritmul backtracking:

rezultatul = fals

Repetă $p_g^{r+1} = p_g^r + l_g \sum_i z_{ig}(p_g^r)$

$$\begin{aligned}
&\text{Daca } \text{sign}\left(\sum_i z_{ig}(p_g^r)\right) \neq \text{sign}\left(\sum_i z_{ig}(p_g^{r+1})\right) \wedge \left|\sum_i z_{ig}(p_g^{r+1})\right| > 0,9 \left|\sum_i z_{ig}(p_g^r)\right| \\
&l_g = l_g/2 \\
&p_g^{r+1} = p_g^r \\
&\text{altfel } \text{rezultatul} = \text{adevarat} \\
&\quad \text{daca } l_g \leq 0,5 \\
&\quad l_g = 2 l_g
\end{aligned}$$

Pâna când se obtine rezultatul adevarat

O varianta a algoritmului de tatonare a pretului de baza este asa numitul *algorithm Walras* de determinare a pretului de echilibru. Procesul de tatonare utilizat în cadrul acestuia difera de cel din algoritmul de baza. Astfel, coordonatorul pietei trimite un vector al preturilor la agenti. Fiecare agent raspunde cu o functie de cerere pentru fiecare produs, considerând preturile celorlalte produse ca fiind date. Aceste functii de cerere pot fi transmise asincron într-o ordine arbitrara. Când un coordonator a primit una sau mai multe functii noi de cerere pentru un produs, un nou echilibru pentru acel produs este calculat si un nou pret de golire a pietei este obtinut. Acest nou pret este trimis agentilor si, de regula, el determina agentii sa-si revizuiasca functiile lor de cerere si sa le retrimita coordonatorului pentru alte produse. În anumite conditii, acest proces iterativ converge catre echilibru. Ca si în algoritmul de tatonare de baza, agentii din algoritmul Walras apar doar dupa ce procesul de piata a ajuns (aproape) la echilibru. Datorita naturii asincrone a algoritmului Walras este dificil de stabilit o masura relevanta a complexitatii acestuia. Un avantaj al ambelor procese de ajustare este simplitatea lor. Implementarea pe o piata este destul de simpla. Un dezavantaj este viteza lor de convergenta. S-a demonstrat ca, în unele cazuri, convergenta algoritmului Walras este prea lenta pentru a putea fi utilizat, chiar si în cazurile în care convergenta este garantata.

3.2 Algoritmi de tatonare a cantitatii

Algoritmii de tatonare a cantitatii sunt fundamentati pe relatia de ajustare a cantitatii a lui Marshall:

$$\frac{\partial q_g}{\partial t} = l_g [p^D(q_g) - p^S(q_g)] \quad (20)$$

unde $p^D(q_g)$ reprezinta pretul pe care agentul care formeaza cererea este dispus sa-l plateasca pentru cantitatea q_g de bun g iar $p^S(q_g)$ este pretul pe care agentul care formeaza oferta este dispus sa-l accepte pentru a vinde cantitatea q_g .

În esenta, daca pretul ofertei depaseste pretul cererii, cantitatea tranzactionata (produsa) descreste si invers. Metoda de tatonare a cantitatii a fost utilizata pentru analiza stabilitatii echilibrului si ca un argument pentru a stabili de ce anumite pieti tind catre un echilibru. Recent, acest mecanism de baza a fost utilizat pentru a determina preturile de golire a pietei computationale [10].

Totusi, a determina un algoritm de ajustare eficient bazat pe tatonare cantitatii nu este prea simplu. Pe pieti reale cu mai mult de doi agenti nu este obisnuit sa se aplice relatia (20). Nu exista o distinctie clara între agentii care formeaza cererea si cei care formeaza oferta: unii agenti pot alege sa cumpere sau sa vânda depinzând de pretul de piata (ca, de exemplu, pe pietele financiare).

Mai mult, chiar daca o astfel de distinctie este posibila, nu este simplu sa distribuim q_g între cele doua categorii de agenti astfel încât fiecare categorie sa anunte doar un singur pret. Deci când determinam $p^S(q_g)$ în (20) (analog pentru $p^D(q_g)$) trebuie sa determinam ce q_g este asigurat de diferiti agenti ce formeaza oferta (respectiv

cererea) astfel încât toată producția să fie realizată la același pret marginal.

A face această împărțire a ofertei (cererii) este mult mai greu decât chiar a determina q_g însuși. Dacă se accepta o generalizare foarte mare a mecanismului de tatonare a cantității astfel încât el să includă orice algoritm în care alocările agenților sunt actualizate ca o funcție de alocările anterioare, este posibilă determinarea unui echilibru. O astfel de generalizare este însă destul de departe de ideea inițială a algoritmilor de tatonare a cantității așa cum rezultă ea din relația (20) și, de un anumit timp, termenul de mecanism bazat pe resurse sau orientat către resurse este utilizat în locul mecanismului de ajustare a cantității, pentru a denumi algoritmi care caută echilibrul cu resurse ca parametru de căutare liber. Cum vom vedea mai jos, algoritmi de tatonare a cantității utilizate în situațiile reale au putine în comun cu ecuația (20).

Principiile tatonării cantității diferă fundamental de principiile tatonării preturilor. În loc să întrebe un agent cât de mult este dispus să cumpere sau să vândă la un anumit pret, coordonatorul îl întreabă cât este dispus să plătească pentru o cantitate suplimentară infinitesimală din fiecare bun (un set de preturi) în condițiile alocării curente. Deci, fiecare agent i poate fi privit ca deținând o funcție de pret, $p_i(z_i)$ mai degrabă decât o funcție a cererii, $z_i(p)$.

Dacă există o aplicație bijectivă între $p_i(z_i)$ și $z_i(p)$ (deci $p_i^1 \neq p_i^2 \Leftrightarrow z_i^1 \neq z_i^2$), atunci condiția de echilibru $\sum_i z_{ig}(p) = 0$ corespunde la:

$$\begin{cases} p_{ig}(z_i) \leq p_g \text{ dacă } z_{ig} = \underline{z}_{ig} \\ p_{ig}(z_i) = p_g \text{ dacă } \underline{z}_{ig} < z_{ig} < \bar{z}_{ig} \\ p_{ig}(z_i) \geq p_g \text{ dacă } z_{ig} = \bar{z}_{ig} \end{cases} \quad (21)$$

unde $\underline{z}_{ig}$ și $\bar{z}_{ig}$ sunt limita inferioară și, respectiv, superioară (date) ale cererii nete a

agentului i . Ideea de bază este că, în algoritmul de tatonare a cantității, se încearcă diferite realocări până când ecuația (20) este îndeplinită, în loc să evalueze diferite preturi până când $\sum_i z_{ig} = 0$, ca în algoritmul de tatonare a preturilor.

Un avantaj al algoritmului de tatonare a cantității este că resursa netă totală realocată este întotdeauna pastrată la zero, deci fiecare alocare în căutarea echilibrului pe piață este fezabilă. Altfel spus, algoritmul poate să se termine la orice moment de timp cu o soluție admisibilă. Un alt avantaj este că funcțiile de pret utilizate în tatonarea cantității sunt mai strâns legate de funcțiile de utilitate decât funcțiile de cerere din algoritmi de tatonare a pretului, ceea ce determină o eficiență computațională mai mare. Multe abordări ale acestor algoritmi discută complexitatea determinării unui echilibru dacă funcțiile de cerere și oferta ale agenților sunt cunoscute.

Pentru cazul a două bunuri, un proces de tatonare a cantității de tip Newtonian este următorul:

$$z_{i1}^{r+1} = z_{i1}^r - \lambda \cdot \frac{\sum_{j=0}^n \frac{p_j(z_{j1}^r)}{p_j^1(z_{j1}^r)}}{\sum_{j=0}^n \frac{1}{p_j^1(z_{j1}^r)}} \quad (22)$$

Al doilea termen din partea dreaptă a relației (22) este o medie ponderată (ponderile fiind derivatele preturilor) a tuturor preturilor și schimbarea în alocare este diferența dintre pretul agentului considerat (i) și această medie ponderată, împărțită la derivata pretului sau mărimea l .

În cazul pietelor cu bunuri multiple, algoritmul este mai complicat:

$$z_i^{r+1} = z_i^r - l(\nabla p_i(z_i^r))^{-1} [p_i(z_i^r) - \langle p \rangle^r]$$

unde:

$$\langle p \rangle^r = p_n^r + \nabla p_n^r \left(\sum_{j=1}^n (\nabla p_j(z_j^r))^{-1} \right)^{-1} \cdot (\nabla p_n^r(z_n^r))^{-1} [p_j^r(z_j^r) - p_n^r(z_n^r)]$$

și poate fi interpretat ca un pret așteptat. Acesta ar trebui să fie pretul de golire a pieței dacă valoarea curentă a lui ∇p este

independentă de alocare (de exemplu, dacă $p_{ig}(z_i)$ este o funcție liniară).

Se observa ca alocarile intermediare depind de ordonarea agentilor, chiar daca conditia de terminare a algoritmului ramâne aceeași. Soluția finală ramâne, de asemenea, aceeași.

O problema dificilă este definirea limitelor date, $\underline{z}$ și $\bar{z}$. Acest lucru se face prin mecanisme suplimentare destul de complicate. Dar acest domeniu ține de mecanismele de formare a piețelor pe care îl vom aborda într-un articol viitor.

Bibliografie

- [1] Axelrod, R. (1997), *The complexity of cooperation: Agent – based models of conflict and cooperation*, Princeton, N.J. The Princeton University Press;
- [2] Batten, D. (2000), *Discovering artificial economics: How agents learn and economies evolve*. Boulder Co: Westview Press;
- [3] Chan, N.T., Le Baron, B., Lo, A., Poggio, T. (1999), *Agent – based models of financial markets: A comparison with experimental markets*. MIT Artificial Markets Project, Paper No. 124, September;
- [4] Dawid, H. (1999), *Adaptive learning by genetic algorithms: Analytical result and application to economic models*, Revised Second Edition, Berlin: Springer – Verlag;
- [5] Faratin, P., Klein, M., Sayama, H., Bar – Yam, Y., *Simple Negotiating Agents in Complex Games: Emergent Equilibria and Dominance of Strategies*. The Proceedings of the Int. Conf. on Multiagent Systems (ICMAS – 2000), Boston, MA;
- [6] Farmer, J.D. (2000), *Market force, ecology, and evolution*, Journal of Economic Behaviour and Organization (în curs de apariție);
- [7] Fisher, F.M. (1983), *Disequilibrium foundation of equilibrium economics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England
- [8] Grandmont, J.-M. (1988), *Temporary equilibrium*, Academic Press, San Diego, CA;
- [9] Sandholm, T., Ygge, F. (1997), *Constructing Speculative Demand Functions in Equilibrium Markets*, Working Paper;
- [10] Tesfatsion, L. (2001), *Economic Agents and Markets as Emergent Phenomena*, www.econ.iastate.edu/tesfatsi/ace.htm
- [11] Tesfatsion, L. (2000), *Agent-Based Computational Economics: A Brief Guide to the Literature*, www.econ.iastate.edu/tesfatsi/
- [12] Zhang, Y.-C (2000), *Modeling Market Mechanism with Evolutionary Games*, Working Paper, Inst. De Physique Theoretique, Univ. de Friburg, Switzerland.