

Îmbunătățirea contrastului unei imagini utilizând procedee de modificare a histogramei

Prep. Cătălina COCIANU
Catedra de Informatică Economică, A. S.E., București

Deși necesită un efort computațional mai mare comparativ cu metodele de mărire a contrastului bazate pe definirea unor operatori polinomiali de transformare a nivelelor de gri ale imaginilor, operația de modificare a histogramei unei imagini intrare este extrem de utilizată în practică. Acest tip de procesare se impune atunci când contrastul intrării este foarte slab (imaginea este considerabil deteriorată), simpla modificare a nivelelor de gri prin intermediul unui operator polinomial nefiind suficientă.

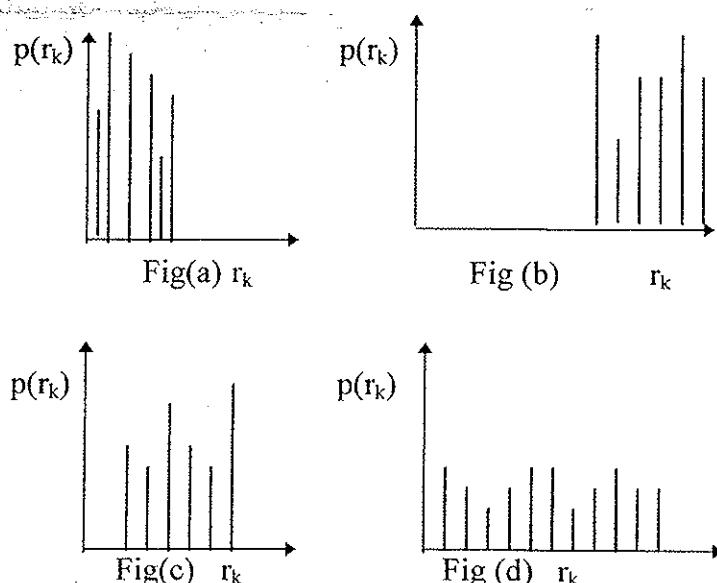
Cuvinte cheie: histogramă, imagine, CDF, densitate de repartīție.

Histograma unei imagini digitale cu valori ale nivelelor de gri cuprinse în $[0, L - 1]$ este o funcție discretă exprimată astfel:

$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad r_k \in [0, L - 1]$$

reprezintă un nivel de gri, n_k indică numărul de pixeli de nivel de gri r_k ($k \in [0, L - 1]$), iar n este numărul total de pixeli ai imaginii.

Reprezentarea grafică a acestei funcții furnizează o descriere globală a imaginii. De exemplu, în fig. (a) și (b) sunt reprezentate histogramele corespunzătoare a două imagini cu nivele de gri predominant închise, respectiv deschise; histogramele din fig. (c) și (d) sugerează imagini cu contrast scăzut, respectiv ridicat.



1. Tehnica egalizării histogramei

Algoritmul de egalizare a histogramei unei imagini se referă la modificarea formei acesteia astfel încât imaginea corespunzătoare histogramei transformate să aibă un contrast îmbunătățit. Așa cum se vede din cele ce

urmează, histograma rezultat va fi una uniformă.

Fie r o variabilă ce reprezintă nivelele de gri din imaginea ce urmează a fi procesată. Pentru început se va presupune că valorile pixelilor sunt cantități continue, normalizate (în intervalul $[0,1]$), unde $r = 0$ corespunde culorii

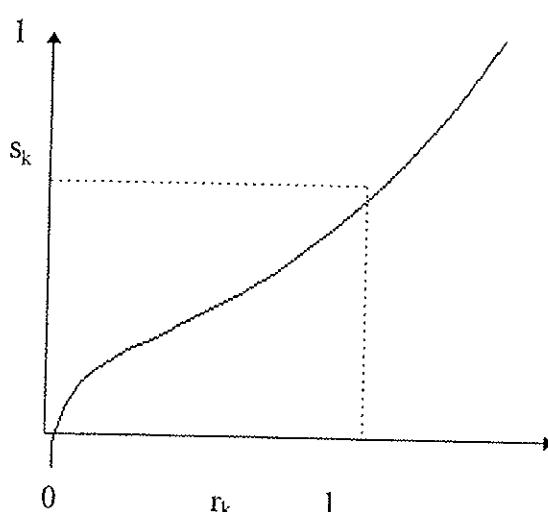
celei mai închise (negru), $r = 1$ corespunde culorii celei mai deschise (alb).

Pentru orice $r \in [0,1]$ se va considera

transformarea $s = T(r)$ cu proprietățile:

a) T este o funcție monoton crescătoare pe $[0, 1]$.

b) $0 \leq T(r) \leq 1, \forall 0 \leq r \leq 1$.



Condiția (a) asigură menținerea ordinii de la alb la negru în scara de gri a imaginii, iar condiția (b) garantează o transformare consistentă. Fie T^{-1} inversa funcției T , despre care se fac aceleași presupuneri (condițiile (a) și (b) de mai sus: $r = T^{-1}(s), \forall s \in [0,1]$). Nivelele de gri ale imaginii vor fi consi-

derate cantități aleatoare pe intervalul $[0, 1]$. Dacă ele sunt variabile continue, atât nivelele de gri ale imaginii inițiale, cât și cele ale transformatei sale pot fi caracterizate prin densități de probabilitate, notate $p_r(r), p_s(s)$. Dacă $p_r(r), T(r)$ sunt cunoscute și T^{-1} satisfac condiția (a), atunci:

$$\blacksquare \quad p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} \quad (1.1)$$

$$\text{Fie } s = T(r) = \int p_r(w) dw, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (1.2)$$

Membrul drept al relației (1.2) este referit de obicei drept *funcție de distribuție cumulativă CDF* (Cumulative Distribution Function) al lui r și se ve-

rifică imediat faptul că acest operator satisfac condițiile (a) și (b) menționate anterior.

Din relația (1.2) $\Rightarrow \frac{ds}{dr} = p_r(r)$. Înlocuind în (1.1) rezultă:

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} = [1]_{r=T^{-1}(s)} = 1, \quad 0 \leq s \leq 1,$$

ceea ce reprezintă densitatea de repartiție uniformă pe intervalul de definiție a variabilei transformate s .

Acest rezultat este independent de transformarea T (deci și de inversa sa T^{-1}); această remarcă este extrem de importantă, pentru că de obicei forma analitică a funcției T^{-1} se determină greu.

Pentru aplicarea acestei metode în procesarea unei imagini digitale, concepțele anterioare vor fi reformulate în formă discretă. În cazul în care scala de gri este multimea $\{0, \dots, L-1\}$, densitățile de probabilitate anterioare vor fi exprimate astfel:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}, \quad 0 \leq r_k \leq 1, k = \overline{0, L-1}, \quad r_k = \frac{r'_k}{L-1},$$

unde r'_k este cel de-al k -lea nivel de gri. Rescrierea în caz discret a relației (1.2) va fi:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=1}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad 0 \leq r_k \leq 1, k = 0, 1, \dots, L-1$$

$$r_k = T^{-1}(s_k) \quad 0 \leq s_k \leq 1$$

unde T și T^{-1} sunt astfel încât satisfac condițiile (a) și (b) anterior menționate.

Conform acestor observații, algoritmul de transformare a unei imagini intrare f într-o ieșire g cu histograma uniformă este următorul:

$$g(i, j) = T'(f(i, j))$$

$$T'[f(i, j)] = \text{prob} * (L-1)$$

$$\text{prob} = \sum_{l=0}^{f(i, j)} p_r(f(i, j)) \quad p_r(f(i, j)) = \frac{n_{f(i, j)}}{n}$$

Procedura poate fi descrisă astfel:

```
void egalizare(DWORD W, DWORD H)
{ int i,j,k; float prob;
  histo(H,W); // determină histograma
  for(i=0;i<H;j++)
    for(j=0;j<W;j++)
    {
      prob=0;
      for(k=0;k<=M1[i][j];k++)
        prob+=h[k];
      N[i][j]=(unsigned char)(prob*255.0);
    }
}
```

2. Specificarea histogramei

Deși metoda egalizării histogramei este extrem de utilă în realizarea măririi contrastului unei imagini digitale date, ea nu conduce la aplicații interactive; motivul este acela că rezultatul obținut este unic - o imagine cu o histogramă aproximativ egală cu una uniformă. În unele aplicații se preferă ca ieșirea să aibă o histogramă apriori specificată, care să asigure un contrast sporit și o luminozitate adecvată.

Să considerăm pentru început cazul continuu. Fie $p_r(r), p_z(z)$ funcțiile de densitate corespunzătoare imaginilor inițială, respectiv finală; se va recurge la preprocesare în scopul transformării întrării într-o imagine cu histogramă uniformă, conform relației:

$$(2.1) s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw, \quad 0 \leq r \leq 1$$

Dacă se dispune de imaginea dorită ca ieșire, egalizarea histogramei se realizează prin transformarea:

$$(2.2) v = G(z) = \int_0^z p_z(w) dw, \quad 0 \leq z \leq 1$$

și procesul invers: $z = G^{-1}(v)$ va furniza nivelul de gri z din imaginea dorită. Această presupunere este însă teoretică, pentru că de obicei imaginea rezultat nu este specificată efectiv apriori. Dar, aşa cum s-a arătat anterior, $p_s(s), p_v(v)$ sunt densități uniforme indiferent de densitățile de probabilitate pe baza cărora se determină. De aceea, dacă în procesul de inversare în loc de v se va considera s (nivelul uniform obținut în urma aplicării relației (2.1)), nivelul de gri rezultat $z = G^{-1}(s)$ va avea densitatea dorită. Presupunând că G este inversabilă și se poate determina forma analitică a inversei, pașii procedurii de transformare a unei imagini intrare într-o imagine cu histogramă specificată vor fi următorii:

P1: se egalizează nivelele de gri ale imaginii inițiale conform relației (2.1) (vezi algoritmul de egalizare a histogramei prezentat în paragraful anterior)

P2: se specifică funcția de densitate dorită și se determină transformarea $G(z)$ utilizând relația (2.2)

P3: nivelelor de gri obținute la pasul P1 li se aplică transformarea inversă $G^{-1}: z = G^{-1}(s)$

În practică este posibil ca aplicația G să nu fie inversabilă; în această situație, pentru s nivel de gri, și $M = \{z / G^{-1}(s) = z\}$, se alege din M acel punct z care prezintă cea mai mică abatere față de o valoarea teoretică.

Principalele dificultăți în aplicarea acestei metode apar în momentul alegerei unei histograme corespunzătoare modificării de contrast dorită. În general sunt două modalități de specificare: alegerea unei forme analitice particulare (cum ar fi densitatea de repartiție Gauss) și apoi digitizarea acesteia, respectiv plotarea unei curbe adecvate (în sensul contrastului) pe monitor și construirea unei imagini cu histograma apropiată ca formă de acea curbă.

Pornind de la aceste concepte generale, cercetările efectuate de autor s-au îndreptat către o transformare dată de densitatea de repartiție *arcsin*, din două motive: pe de o parte, o histogramă apropiată ca formă de aceasta corespunde unei imagini cu contrast ridicat, iar pe de altă parte, formele analitice ale CDF și transformatei inverse se determină foarte ușor, extensia de la intervalul de definiție $[-1,1]$ către $[0, L-1]$ fiind, după cum se va vedea, imediate.

Transformare G pe $[-1,1]$ este deci:

$$(2.3) G(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \left[\arcsin(x) + \frac{\pi}{2} \right], & x \in [-1,1] \\ 0, & \text{altfel} \end{cases}$$

$$G(y) = \frac{1}{\pi} \left[\arcsin(t(y)) + \frac{\pi}{2} \right], \quad y \in [0, L-1], t(y) \in [-1,1]$$

$$t(y) = ay + b; t(0) = -1; t(L-1) = 1 \Rightarrow t(y) = \frac{2y}{L-1} - 1$$

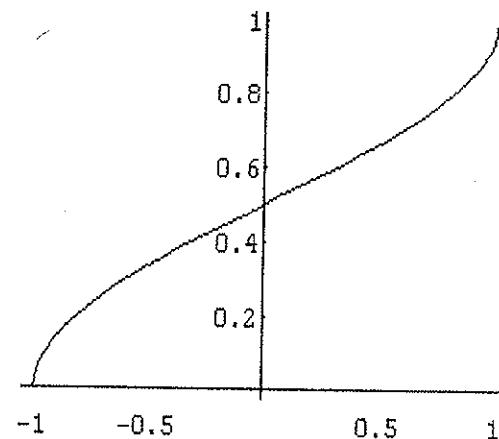
$$\Rightarrow G(y) = \frac{1}{\pi} \left[\arcsin \left(\frac{2y}{L-1} - 1 \right) + \frac{\pi}{2} \right], \quad y \in [0, L-1]$$

G astfel determinat este funcție inversabilă, inversa sa fiind dată de relația:

$$(2.4) z = G^{-1}(y) = \frac{L-1}{2} \left(1 + \sin \pi \left(y - \frac{1}{2} \right) \right), \quad z \in [0, L-1], y \in [0,1]$$

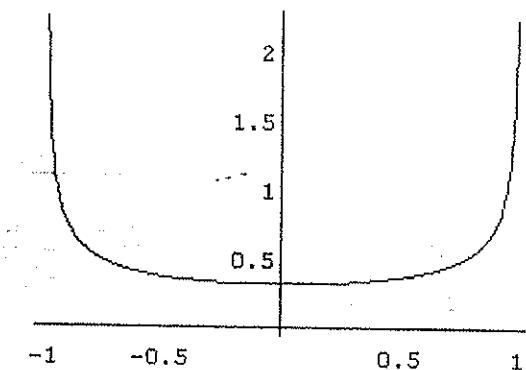
Densitatea de repartiție corespunzătoare, care va furniza forma histogramei ieșire este:

forma corespunzătoare fiind:



Forma corespunzătoare densității de repartiție pe $(-1, 1)$ este:

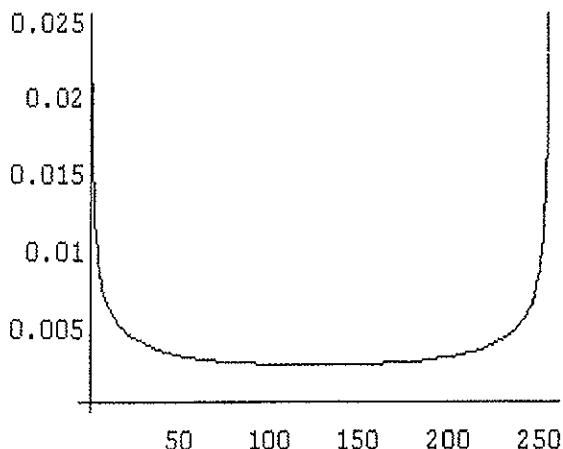
$$g(x) = G'(x) = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{1-x^2}},$$



Pentru aplicarea efectivă a unei astfel de transformări se face o translație către intervalul dat de limitele valorilor nivelelor de gri ale imaginii, presupus a fi $[0, L-1]$, după cum urmează:

$$g(y) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2}{L-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2y}{L-1} - 1\right)^2}}$$

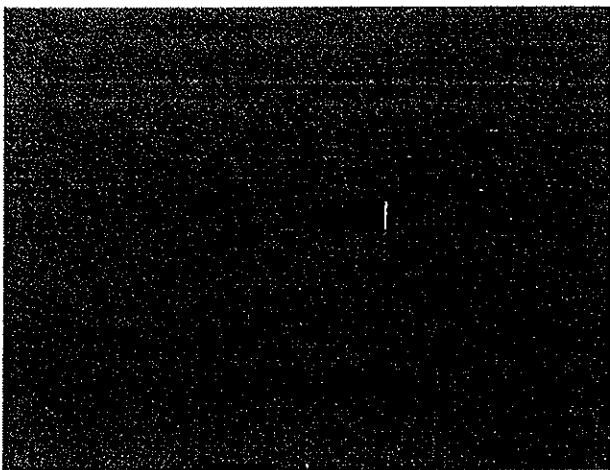
Grafcul lui g pentru $L = 256$ (deci forma histogramei specificate):



Pe baza acestor rezultate, *algoritmul de transformare a unei imagini intrare într-o imagine ieşire cu histograma apropiată de densitatea de repartiție arcsin poate fi dat astfel:*

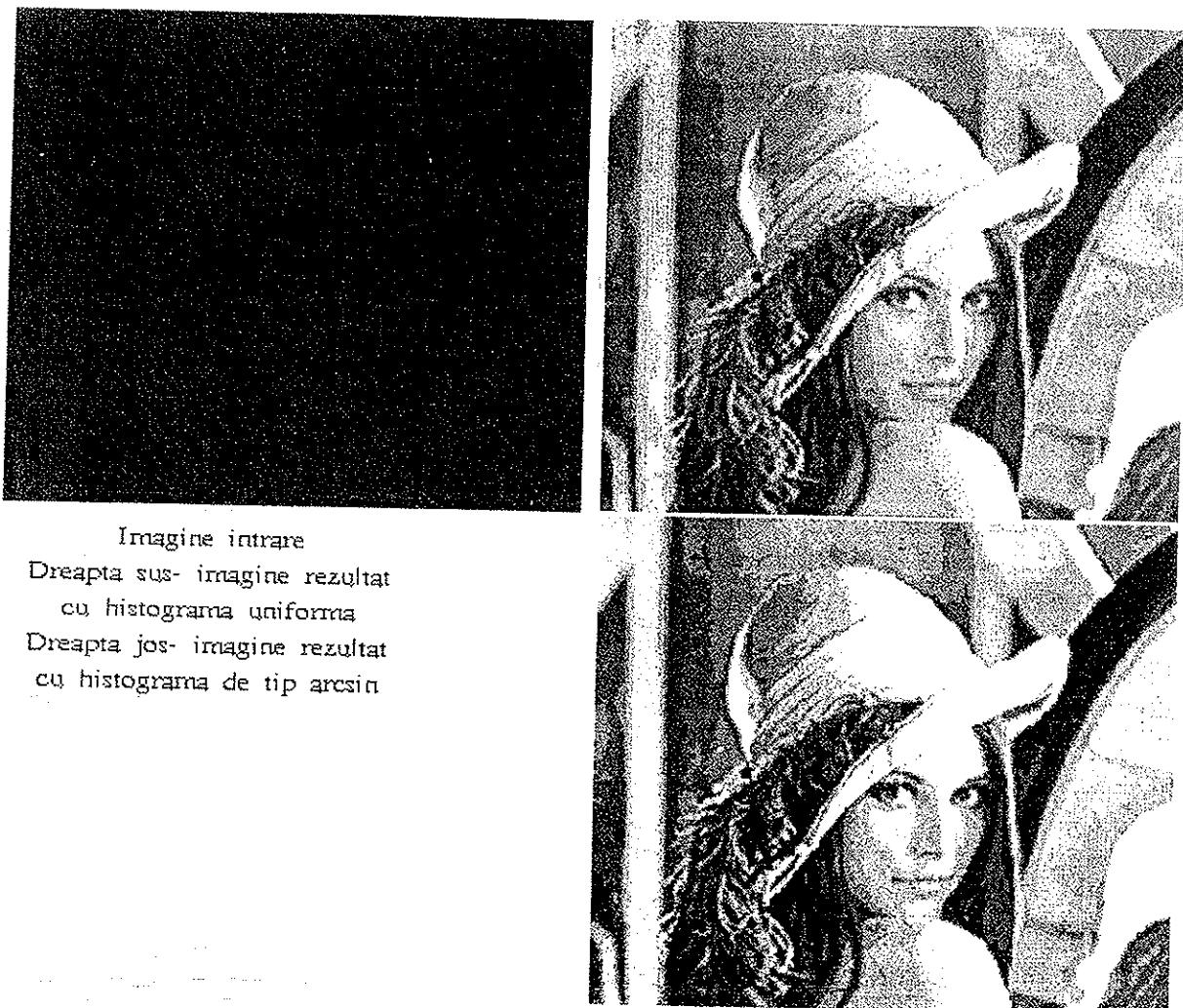
```
void arcsin(DWORD W, DWORD H)
{int i,j,niv,k; float fm,prob;
egalizare(W,H); // egalizare
histo(H,W); //determină histograma
for(i=0;i<H;i++)
    for(j=0;j<W;j++){
        prob=0;
        for(k=0;k<=M1[i][j];k++)
            prob+=h[k];
        N[i][j]=(unsigned char)(255.0/2.0
*(1+sin(3.14*(prob-0.5))));}
}
```

În continuare sunt prezentate rezultate ale algoritmilor de egalizare a histogramei și specificare a unei histograme de tip *arcsin*.



Imagine intrare
Dreapta sus- imagine rezultat
cu histograma uniformă
Dreapta jos- imagine rezultat
cu histograma de tip arcsin





Imagine intrare

Dreapta sus- imagine rezultat

cu histograma uniformă

Dreapta jos- imagine rezultat

cu histograma de tip arcsin

Bibliografie

1. Chang Shi-Kuo *Principles of Pictorial Information Systems Designs* Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 7632, 1989
2. Cocianu Cătălina *One Pixel Based Techniques for Image Enhancement* The Proceedings of the 3rd International Symposium of Economic Informatics-May 1997

3. Jahne Bernd *Digital Image Processing: Concepts, Algorithms and Scientific Applications* Springer Verlag, 1993
4. Jain A.K. *Fundamentals of Digital Image Processing* Prentice Hall, 1989
5. Gonzales Rafael, Woods Richard *Digital Image Processing* Addison-Wesley, 1993
6. Pitas I. *Digital Image Processing* Prentice Hall, 1993