Tehnici de filtrare în detectarea de frontiere

Prep. Cătălina COCIANU,
Catedra de Informatică Economică, A.S.E., Bucureşti

Dintre metodele des utilizate în procesarea imaginilor face parte şi filtrarea, cu ajutorul căreia se rezolvă probleme legate de extragere de caracteristici, eliminarea zgomotului, reconstituiri, detectarea marginilor obiectelor conţinute în imagine. Tipurile de filtre care au furnizat rezultate foarte bune în detectarea de frontiere sunt legate de operatori gradient, Laplace, Sobel. Filtrele provenite din aceşti operatori au ca efect o puternică reliefare a contururilor obiectelor prezente în imagine, dar perturbă mult imaginea iniţială. O modalitate de înlăturare a acestui inconvenient este combinarea unui operator standard de detectare cu un filtru de "nivelare" (un filtru de tip binomial).

Cuvinte cheie: *filtru, gradient, imagine, domeniu spaţial.*

Filtrare liniară. Generalităţi

În cazul unui semnal vizual, asimilat cu o matrice de pixeli, filtrarea reprezintă o modalitate de transformare a acestui semnal prin intermediul unei matrice, numită mască de filtrare, caracterizată prin formă şi dimensiuni. Imaginea rezultat se determină calculând succesiv valorile de gri ale pixelilor componenţi; valoarea de gri a fiecă~~rui~~ pixel se decide după o regulă ce corespunde unei convoluţii discrete între masca filtrului şi o subimagine cu dimensiuni egale cu cele ale măştii. În cazul unei măşti pătrate impare poziţia pixelului a cărei valoare de gri se calculează este uzual cea din centrul subimaginii. În cazul unei măşti de dimensiune impară (2r+1)*(2r+1) regula de calcul în domeniul spaţial este:

$$G_{mn}=\sum_{k=-r}^{r}\sum_{l=-r}^{r}H_{k,l}G_{m-k,n-l}=\sum_{k=-r}^{r}\sum_{l=-r}^{r}H_{-k,-l}G_{m+k,n+l}, \quad (1)$$

unde

G_{ij} = nivelul de gri al pixelului din poziţia (i, j) a subimaginii (poziţie relativă)

H_{ij} =valoarea elementului (i, j) a măştii

G'_{mn} = valoare de gri a pixelului rezultat; poziţia (m, n) este poziţia relativă în subimaginea rezultat.

Un operator H este *liniar* dacă, pentru orice două funcţii imagine G^1 şi G^2 şi orice două numere complexe a şi b, are loc relaţia:

$$H\left(aG^1+bG^2\right)=aHG^1+bHG^2,$$

unde HG reprezintă convoluţia dintre H şi G. Operatorul H este *invariant la shiftare* dacă, pentru orice funcţie imagine G, are loc relaţia:

$$H\left({}^{kl}SG_{mn}\right)={}^{kl}S(HG),$$

unde ${}^{kl}S$ este operatorul de shiftare definit de: ${}^{kl}SG_{mn}=G_{m-k,n-l}$.

Un filtru cu proprietăţile de mai sus se numeşte filtru *LSI*.

Relaţia (1) corespunde răspunsului filtrului dat prin masca de filtrare H în domeniul spaţial, numit şi *funcţie de propagare* (PSF). În cazul filtrelor LSI răspunsul filtrului poate fi descris prin intermediul transformatei Fourier discrete aplicate PSF-ului corespunzător; funcţia astfel obţinută se numeşte *funcţie de transfer* şi va fi dată de relaţia:

$$\hat{H}_{uv}=\frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}H_{mn}\cdot\exp\left\{-\frac{2imu}{M}\right\}\exp\left\{-\frac{2inv}{N}\right\}.$$

Filtre de tip binomial

Construcția filtrelor binomiale utilizează cea mai simplă mască de nivelare (suma coeficienților este 1 în cazul unidimensional):

$$B'_x = \frac{1}{2}[1\ 1]\ .$$

Masca se poate folosi printr-un număr m de iterații pe fiecare linie a imaginii. Operația corespunde măștii:

$[1\ 1] * [1\ 1] * ... * [1\ 1]$ (de m ori),

sau, echivalent

$B^m{}_x = B_x\, B_x \dots B_x$ (de m ori).

Exemplu:

$$B_x^2 = \frac{1}{4}[1\ 2\ 1],\ B_x^3 = \frac{1}{8}[1\ 3\ 3\ 1]$$

Masca $B^1{}_x$ este o mască asimetrică (pară); pentru a efectua operația de convoluție discretă cu $B^k{}_x$, k impar ($B^k{}_x$ mască pară), rezultatele celor k convoluții cu $B^1{}_x$ se păstrează alternativ în pixelul stâng, respectiv cel drept; în cazul în care k este par se execută direct convoluția cu masca respectivă, rezultatul depunându-se în pixelul central al ferestrei.
Calculul funcțiilor de transfer pentru o mască binomială poate fi realizat pe baza relațiilor:

$$\hat{B}_x^n = \frac{1}{2^n}\left[1+\cos(\pi\bar{k})\right]^n,\ unde\ \bar{k} = \frac{2u}{N},\ N = n+1$$

$$\hat{B}_x^n \approx 1 - n\frac{\pi^2}{4}\bar{k}^2 + O\left(\bar{k}^4\right)$$

Un filtru binomial bidimensional rezultă din compunerea unui filtru orizontal B_x cu un filtru vertical B_y:

$$B^n = B^n{}_x\, B^n{}_y.$$

Exemplu:

$$B^2 = \frac{1}{4}[1\ 2\ 1] * \frac{1}{4}\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix} = \frac{1}{16}\begin{bmatrix}1\ 2\ 1\\2\ 4\ 2\\1\ 2\ 1\end{bmatrix}$$

Filtrul de tip gradient

În cazul unei imagini, asimilată cu o rețea discretă, un operator de derivare poate fi doar aproximat.
Fie f o funcție imagine (pentru orice (i,j), $f(i,j)$ reprezintă valoarea de gri a pixelului din poziția (i,j)). Aproximările uzuale ale operatorului gradient pe o astfel de funcție într-o procesare unidimensională (în cazul acesta pe linii) sunt:

Filtre de detectare a contururilor

$$\frac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1} \approx \frac{f(x_1,x_2) - f(x_1 - \Delta x_1, x_2)}{\Delta x_1} \approx \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1,x_2)}{\Delta x_1} \approx$$

$$\approx \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1 - \Delta x_1, x_2)}{2\Delta x_1}$$

Măștile de filtrare corespunzătoare vor fi (unde "." indică poziția pixelului în care se va stoca rezultatul):

$$(1)\ {}^{-}\Delta x = [1 \bullet -1]\quad (2):\ {}^{+}\Delta x = [1\ -1 \bullet]\quad (3)\ {}^{s}\Delta x = \frac{1}{2}[1\ 0\ -1]$$

Primele două măşti sunt asimetrice; acestea pot fi însă asimilate cu măşti impare prin shiftarea reţelei cu 1/2 din distanţa dintre doi pixeli spre stânga, respectiv spre dreapta, rezultatul convoluţiei fiind atribuit pixelului central.

Funcţia de transfer pentru (1) este dată de relaţia:

$$(4):\ {}^{-}\Delta_x = \exp\left(\frac{i\pi\bar{k}_x}{2}\right)\left[1-\exp\left(-\frac{i\pi\bar{k}_x}{2}\right)\right] = i\sin\left(\frac{\pi\bar{k}_x}{2}\right).$$

Tranformând operatorul (1) într-unul simetric (conform observaţiei preceden-te), funcţia de transfer corespunzătoare se reduce la:

$${}^{-}\Delta_x = i\sin\left(\pi\,\bar{k}_x\right).$$

În cazul unor frecvenţe mari, operatorii (1) şi (2) prezintă devieri considerabile de la funcţia de transfer ideală $-i\pi\bar{\kappa}$. Pentru frecvenţe $\bar{\kappa}$ superioare lui 1/2 operatorul (3) reprezintă un filtru trece-jos. În cazul bidimensional (într-o procesare atât pe linii cât şi pe coloane) operatorii:

$${}^{s}\Delta_x = \frac{1}{2}[1\ 0\ -1],\ {}^{s}\Delta_y = \frac{1}{2}[1\ 0\ -1]^T$$

transformă imaginea reliefând contururile de tip muchii perpendiculare pe direcţiile ${}^{s}\Delta_x$, ${}^{s}\Delta_y$. Este intenţionată determinarea unui operator de filtrare care să permită detectarea contururilor independent de orientarea lor, adică un *operator isotropic.*

Un astfel de operator, filtrul gradient bidimensional, este definit de masca:

$$G = [\Delta_x\ \ \Delta_y]^T.$$

$$G = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Filtru de tip Laplace

Operatorul Laplace este dat de relaţia: $\Delta^2{}_x={}^{-}\Delta_x{}^{+}\Delta_x$. În domeniul spaţial, masca de filtrare unidimensională revine la convoluţia:

$$[1\ -2\ 1] = [1\ \bullet\ -1] * [1\ \bullet\ -1].$$

În cazul bidimensional, masca operatorului discret Laplace L = Δ_{x2} Δ_{y2} este definită de relaţia:

$$L = [1\ \ -2\ \ 1] * \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

În această operaţie vectorii Δ^2_X, Δ^2_Y reprezintă axele orizontală, respectiv verticală ale unei matrici de dimensiune 3×3, restul componentelor fiind nule.

Funcţia de transfer a operatorului bidimensional este dată de relaţia:

$$\hat{L} = 2\cos\left(\pi\bar{k}_x\right) + 2\cos\left(\pi\bar{k}_{y-4}\right)$$

Ca şi în cazul aproximărilor funcţiilor de transfer corespunzătoare operatorilor (1) şi (2), operatorul Laplace este isotropic pentru frecvenţe joase.

$$\hat{L} = \left(\pi\bar{k}\right)^2 + \frac{1}{12}\left(\pi\bar{k}\right)^4 - \frac{1}{6}\left(\pi^2\bar{k}_x\bar{k}_y\right)^2 + O(\bar{k}^6)$$

Filtre de tip Sobel

Filtrele de tip Sobel sunt de două tipuri, funcţie de rolul lor:

• detectare de muchii pe coloane, masca de filtrare fiind:

$$S_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

•detectare de muchii pe linii, cu masca de filtrare: $S_l = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

Pentru detectarea muchiilor contur independent de orientare se foloseşte o combinare a celor două măşti descrise, obţinându-se masca:

$$S = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Comportarea operatorilor de tip Sobel este relativ similară celorlalţi operatori de detectare descrişi, cu menţiunea că, folosind ultima variantă, independenţa de direcţie a detectorului este sporită.

Noi variante de măşti propuse în detectarea de frontiere

Implementarea unui filtru gradient, Laplace sau Sobel are ca efect obţinerea unei imagini rezultat în care fiecare obiect este reprezentat doar prin frontierele sale. Acest fapt conduce, în majoritatea cazurilor, la o gravă deteriorare a imaginii iniţiale, lucru care doar în puţine aplicaţii poate fi acceptat. În plus, operarea cu astfel de filtre nu conduce la algoritmi care să prezinte stabilitate la perturbaţii, ceea ce reprezintă un alt inconvenient major.

Filtrul propus drept detector de frontiere elimină aceste inconveniente într-o măsură satisfăcătoare; el este gândit ca o combinaţie a unui filtru standard de detectare (filtrul gradient sau Sobel) şi unul binomial. Din remarcile făcute în prezentarea anterioară, una dintre cele mai importante este aceea că filtrul gradient bidimensional şi cel Sobel sunt isotropice şi pentru frecvenţe mari, însă nu aceeaşi proprietate o are şi operatorul Laplace. Pe acest considerent, candidaţii cei mai buni pentru combinarea cu filtrul de nivelare sunt operatorii gradient şi Sobel. Filtrul binomial prezent în operaţia de convoluţie conduce la o nivelare a intrării şi de aceea prezintă stabilitate la perturbaţiile ce nu deteriorează substanţial imaginea.

Cele două filtre au fost combinate în proporţii egale; dacă ponderea filtrului gradient, respectiv Sobel, este dominantă efectul bruiajului nu poate fi eliminat satisfăcător; dacă filtrul binomial are o proporţie mai mare se pierde din precizia detecţiei.

Masca filtrului rezultat dintr-un operator gradient poate fi exprimată astfel

$$F = G + B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 18 & 1 \\ 18 & 4 & -14 \\ 1 & -14 & 1 \end{bmatrix}$$

Masca filtrului rezultat dintr-un operator Sobel este exprimată astfel:

$$F = S + B = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{16}\begin{bmatrix} 9 & 18 & 1 \\ 18 & 4 & -14 \\ 1 & -14 & -7 \end{bmatrix}$$

Implementarea s-a făcut pe imagini cu 256 nivele de gri și pe variantele lor perturbate. În continuare sunt prezentate efectele filtrelor gradient, Laplace, Sobel și cele două variante propuse, pe o intrare standard.

Fig. 1. Filtru gradient

Fig. 2. Filtru Laplace

Fig. 3. Variantă de filtru gradient combinat cu un binomial

Fig. 4. Filtru Sobel

Fig. 5. Filtru Sobel combinat cu unul binomial

Bibliografie

[1] Gonzales R.C., Wintz P. - *Digital Image Processing*, Ed. Addison-Wesley, 1986.

[2] Jahnë B. - *Digital Image Processing: Concepts and Scientific Applications*, Ed. Springer Verlag, 1993.

[3] Jain A.K. - *Fundamentals of Digital Image Processing*, Ed. Prentice Hall, 1989.

[4] Pitas I. - *Digital Image Processing Algorithms*, Ed. Prentice Hall, 1993.